10a 3.Klassenarbeit 6.2.2007

Lösungen als PDF-Datei unter

http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/10/10index.html

A1. Ein Mann wiegt 100kg und möchte abnehmen. Er verliert wöchentlich 2% seiner Masse.

a) Mit welchem 'Schwundfaktor' muss seine Masse pro Woche multipliziert werden?

b) Wieviel wiegt der Mann nach 30 Wochen?

c) Wie lautet die Funktionsgleichung der Funktion, welche die Abnahme in Anbängigkeit der Wochen beschreibt?

d) Wielange dauert es ungefähr, bis der Mann sein 'Idealgewicht' von 75kg erreicht hat?

Lösung:

a) Da er pro Woche 2% verliert, hat er nach jeder Woche nur noch 98% seines Gewichts der Vorwoche. Das entspricht dem Faktor 0,98.

b) Sein Gewicht nach 30 Wochen beträgt: $100 \cdot 0,98^{30} \approx 54,54$kg.

b) $f(x) = 100 \cdot 0.98^x$

d)

$$\begin{aligned} 100 \cdot 0,98^x &= 75 \\ 0,98^x &= 0,75 \\ x \cdot \lg(0,98) &= \lg(0,75) \\ x &= \frac{\lg(0,75)}{\lg(0,98)} \approx 14,24 \end{aligned}$$

A2. Berechne die folgenden Logarithmen

a)	$\log_2(4)$	b)	$\log_6(6)$	c)	$\log_{10}(10^0)$	d)	$\log_{14}(14^{\frac{1}{2}})$
e)	$\log_a(a^2)$	f)	$\log_a(a^{-2})$	g)	$\log_{a^2}(a^2)$	h)	$\log_{\sqrt{a}}(\frac{1}{a})$
i)	$\log_{0,5}(1)$	j)	$\log_{\frac{1}{2}}(2)$	k)	$\log_{\frac{1}{a}}(1)$	l)	$\log_{\frac{1}{a}}(a^3)$

Lösung:

a)	2	b)	1	c)	0	d)	$\frac{1}{2}$
e)	2	f)	-2	g)	1	h)	-2
i)	0	j)	-1	k)	0	l)	-3

A3. Fasse soweit wie möglich zusammen

a)	$\lg(a) + \lg(b)$	b)	$3 \cdot (\frac{1}{2}\lg(a) - 3 \cdot \lg(b) - 2 \cdot \lg(c))$
c)	$\lg(a) - \lg(\sqrt[11]{a}) + \frac{1}{11} \cdot \lg(a^{-10})$	d)	$\lg(\sqrt{a}) - \lg(2\sqrt{a}) + \lg(0,5x^2) + \lg(4)$
e)	$\frac{1}{3} \cdot \log_2(a) - 1$	f)	$2 \cdot \log_a(u-v) - \log_a(u^2 - v^2)$

Lösung:

a)	$\lg(a \cdot b)$	b)	$\lg(a^{\frac{3}{2}} b^{-9} c^{-6})$
c)	1	d)	$\lg(x^2)$
e)	$\log_2(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{2})$	f)	$\log_a(\frac{u-v}{u+v})$

A4. Zerlege so weit wie möglich

a)	$\log_b(s^4 \cdot \sqrt[3]{s})$	b)	$\log_b(\sqrt{3b^4c})$
c)	$\lg\left(\frac{3b \cdot a^4}{\sqrt{c^3}}\right)$	d)	$\log_3\left(\sqrt[4]{\frac{b^3 - b^2}{9a^2\sqrt{c}}}\right)$

Lösung:

a)	$4\log_b(s) + \frac{1}{3}\log_b(s)$	b)	$\log_b(3) + 4 + \log_b(c)$
c)	$\lg(3) + \lg(b) + 4\lg(a) - \frac{3}{2}\lg(c)$	d)	$\frac{1}{4}\log_3(b^3 - b^2) - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log_3(a) - \frac{1}{8}\log_3(c)$

A5. Bestimme jeweils die Lösung

a)	$7,5^x = 3,1$	b)	$(\frac{5}{2})^x = (\frac{2}{5})^x$
c)	$5 = 23 \cdot (0,2)^{\frac{3}{x}}$	d)	$(11^{x+4})^{4x-5} = (11^x)^{5x+2}$
e)	$2^x \cdot 4^{x^2} = 8^{x+x^2}$	f)	$7^{2x} - 7 \cdot 3^{1-2x} = 0$
g)	$\log_x(343) = 3$	h)	$\lg(x) = 2,69$
i)	$\log_{20}(x) = 3$	j)	$\lg(2,4x - 3,59) = -2$

Lösung:

a) $x \lg(7,5) = \lg(3,1)$
$x = \frac{\lg(3,1)}{\lg(7,5)} \approx 0,56$

b) $x \lg(\frac{5}{2}) = x \lg(\frac{2}{5})$
$x = 0$

c) $5 = 23 \cdot (0,2)^{\frac{3}{x}}$
$\lg(\frac{5}{23}) = \frac{3}{x} \lg(0,2)$
$\frac{\lg(0,2)}{\lg(\frac{5}{23}} = \frac{x}{3}$
$3 \cdot \frac{\lg(0,2)}{\lg(\frac{5}{23}} = x \approx 3,16$

d) $(11^{x+4})^{4x-5} = (11^x)^{5x+2}$
$11^{4x^2+11x-20} = 11^{5x^2+2x}$
$4x^2 + 11x - 20 = 5x^2 + 2x$
$0 = x^2 - 9x + 20$
$x = 4 \vee x = 5$

e) $2^x \cdot 4^{x^2} = 8^{x+x^2}$
$2^x \cdot 2^{2x^2} = 2^{3x+3x^2}$
$2^{2x^2+x} = 2^{3x+3x^2}$
$2x^2 + x = 3x + 3x^2$
$0 = x^2 + x$
$x = 0 \vee x = 1$

f) $7^{2x} - 7 \cdot 3^{1-2x} = 0$
$7^{2x} = 7 \cdot 3^{1-2x}$
$7^{2x-1} = 3^{1-2x}$
$(2x-1)\lg(7) = (1-2x)\lg(3)$
$2\lg(7)x - \lg(7) = \lg(3) - 2\lg(3)x$
$2\lg(7)x + 2\lg(3)x = \lg(3) + \lg(7)$
$x = \frac{\lg(3)+\lg(7)}{2\lg(7)+2\lg(3)}$
$x = \frac{1}{2}$

g) $\log_x(343) = 3$
$x^3 = 343$
$x = 7$

h) $\lg(x) = 2,69$
$x = 10^{2,69} \approx 489,78$

i) $\log_{20}(x) = 3$
$20^3 = x$
$x = 8000$

j) $\lg(2,4x - 3,59) = -2$
$2,4x - 3,59 = 0,01$
$2,4x = 3,6$
$x = 1,5$

10c 3.Klassenarbeit 6.2.2007

Lösungen als PDF-Datei unter

http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/10/10index.html

A1. Ein Ferkel hat eine Masse von 10kg. Pro Woche nimmt es um rund 4% seiner Masse zu.

a) Mit welchen 'Wachstumsfaktor' muss das Gewicht des Ferkels jede Woche multipliziert werden?
b) Wie hoch wäre die Masse des Ferkels nach 50 Wochen?
c) Welche Funktionsgleichung beschreibt das Wachstum des Ferkels in Abhängigkeit der Wochen?
d) Nach wieviel Wochen hat das Ferkel das Verkaufsgewicht von 50kg erreicht?

Lösung:

a) Da jede Woche 4% hinzukommen, muss das Gewicht von Woche zu Woche mit 1,04 multipliziert werden.
b) Das Gewicht nach 50 Wochen ist: $10 \cdot 1,04^{50} \approx 71,07$kg.
c) $f(x) = 10 \cdot 1,04^x$
d)

$$\begin{aligned} 10 \cdot 1,04^x &= 50 \\ 1,04^x &= 5 \\ x \cdot \lg(1,04) &= \lg(5) \\ x &= \frac{\lg(5)}{\lg(1,04)} \approx 41,04 \end{aligned}$$

A2. Berechne die folgenden Logarithmen

a)	$\log_3(81)$	b)	$\log_7(\frac{1}{7})$	c)	$\log_{10}(10^1)$	d)	$\log_{11}(11^0)$
e)	$\log_a(a^3)$	f)	$\log_a(\frac{1}{a})$	g)	$\log_{a^2}(a)$	h)	$\log_{\sqrt{a}}(\frac{1}{\sqrt{a}})$
i)	$\log_{0,5}(\frac{1}{4})$	j)	$\log_{\frac{1}{2}}(16)$	k)	$\log_{\frac{1}{a}}(\frac{1}{a})$	l)	$\log_{a^3}(\frac{1}{a})$

Lösung:

a)	4	b)	-1	c)	1	d)	0
e)	3	f)	-1	g)	$\frac{1}{2}$	h)	-1
i)	2	j)	-4	k)	1	l)	$-\frac{1}{3}$

A3. Fasse soweit wie möglich zusammen

a)	$\lg(2a) + \lg(2b)$	b)	$5 \cdot (\frac{1}{3}\lg(a) - 2 \cdot \lg(b) - 3 \cdot \lg(c))$
c)	$\lg(b^{-2}) - \lg(\sqrt[7]{b}) + \frac{1}{7} \cdot \lg(b^{15})$	d)	$\lg(16) - \lg(2\sqrt{2b}) + \lg(\sqrt{2b}) + \lg(0,125b^2)$
e)	$1 - \frac{1}{2}\log_3(b)$	f)	$\log_b(u^2 - v^2) - 2 \cdot \log_b(u + v)$

Lösung:

a)	$\lg(4ab)$	b)	$\lg(a^{\frac{5}{3}}b^{-10}c^{-15})$
c)	1	d)	$\lg(b^2)$
e)	$\log_3(\frac{3}{\sqrt{b}})$	f)	$\log_b(\frac{u-v}{u+v})$

A4. Zerlege so weit wie möglich

a)	$\log_4(r^3 \cdot \sqrt[4]{r})$	b)	$\log_a(\sqrt{5a^2b})$
c)	$\lg\left(\frac{2a}{\sqrt[3]{b^2c^4}}\right)$	d)	$\log_2\left(\sqrt[3]{\frac{a^2-a}{4b^2\sqrt{c}}}\right)$

Lösung:

a)	$3\log_a(r) + \frac{1}{4}\log_a(r)$	b)	$\frac{1}{2}\log_a(5) + 1 + \frac{1}{2}\log_a(b)$
c)	$\lg(2) + \lg(a) - \frac{2}{3}\lg(b) - \frac{4}{3}\lg(c)$	d)	$\frac{1}{3}\log_2(a^2 - a) - \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\log_2(b) - \frac{1}{6}\log_2(c)$

A5. Bestimme jeweils die Lösung

a)	$3,5^x = 1,2$	b)	$(\frac{2}{3})^x = (\frac{3}{2})^x$
c)	$23 = 5 \cdot (0,3)^{\frac{x}{5}}$	d)	$(15^{4x+3})^{x-7} = (15^{3x-29})^x$
e)	$9^x \cdot 3^{x^2} = 27^{x+x^2}$	f)	$3^{-2x} - 3 \cdot 5^{1+2x} = 0$
g)	$\log_x(64) = 6$	h)	$\lg(x) = 3,51$
i)	$\log_{25}(x) = -2$	h)	$\lg(3,7x + 2,23) = -2$

Lösung:

a) $3,5^x = 1,2$
$x \lg(3,5) = \lg(1,2)$
$x = \frac{\lg(1,2)}{\lg(3,5)} \approx 0,15$

b) $(\frac{2}{3})^x = (\frac{3}{2})^x$
$x \lg(\frac{2}{3})$ $x \lg(\frac{3}{2})$
$x = 0$

c) $23 = 5 \cdot (0,3)^{\frac{x}{5}}$
$\lg(\frac{23}{5}) = \frac{x}{5} \lg(0,3)$
$5 \cdot \frac{\lg(\frac{23}{5})}{\lg(0,3)} = x \approx -6,34$

d) $(15^{4x+3})^{x-7} = (15^{3x-29})^x$
$15^{4x^2-25x-21} = 15^{3x^2-29x}$
$4x^2 - 25x - 21 = 3x^2 - 29x$
$x^2 + 4x - 21 = 0$
$x = -7 \vee x = 3$

e) $9^x \cdot 3^{x^2} = 27^{x+x^2}$
$3^{2x} 3^{x^2} = 3^{3x+3x^2}$
$3^{x^2+2x} = 3^{3x+3x^2}$
$x^2 + 2x = 3x + 3x^2$
$0 = 2x^2 + x$
$x = 0 \vee x = -\frac{1}{2}$

f) $3^{-2x} - 3 \cdot 5^{1+2x} = 0$
$3^{-2x} = 3 \cdot 5^{1+2x}$
$3^{-2x-1} = 5^{1+2x}$
$(-2x-1)\lg(3) = (1+2x)\lg(5)$
$-\lg(3) - \lg(5) = 2\lg(5)x + 2\lg(3)x$
$-\frac{1}{2} = x$

g) $\log_x(64) = 6$
$x^6 = 64$
$x = 2$

h) $\lg(x) = 3,51$
$x = 10^{3,51} \approx 3235,94$

i) $\log_{25}(x) = -2$
$x = 25^{-2}$
$x = \frac{1}{625} \approx 0,0016$

h) $\lg(3,7x + 2,23) = -2$
$3,7x + 2,23 = 0,01$
$3,7x = -2,22$
$x = 0,6$