10a/c | 4.Klassenarbeit | 16.3.2007

Lösungen als PDF-Datei unter

http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/10/10index.html

A1. Von einem Kreis ist entweder Radius (r), Umfang (U) oder Fläche (A) bekannt, berechne jeweils die fehlenden Größen.

$$\text{a)}\quad r = 3\text{cm} \qquad \text{b)}\quad U = 17\text{cm} \qquad \text{c)}\quad A = 50\text{cm}^2$$

Lösung:

a)

$$U = 2 \cdot 3 \cdot \pi \approx 18,85\text{cm} \qquad A = 3^2 \cdot \pi \approx 28,27\text{xm}^2$$

b)

$$r = \frac{17}{2 \cdot \pi} \approx 2,71 \qquad A = 2,71^2 \cdot \pi = 23\text{cm}^2$$

c)

$$r = \sqrt{\frac{50}{\pi}} \approx 15,92 \qquad U = 2 \cdot 15,92 \cdot \pi = 100\text{cm}$$

A2. Bestimme jeweils das Bogenamß der angegebenen Winkel!

$$\text{a)}\quad \alpha = 17° \qquad \text{b)}\quad \beta = 54° \qquad \text{c)}\quad \gamma = 230°$$

Lösung:

$$\alpha \approx 0,30 \qquad \beta \approx 0,94 \qquad \gamma \approx 4,01$$

A3. Bestimme jeweils das Gradmaß der angegebenen Winkel!

$$\text{a)}\quad \alpha = 0,2 \qquad \text{b)}\quad \beta = 2,0 \qquad \text{c)}\quad \gamma = \frac{\pi}{6}$$

Lösung:

$$\alpha \approx 11,46° \qquad \beta \approx 114,59° \qquad \gamma = 30°$$

A4. Berechne die fehlenden Größen. Achte darauf, ob der Winkel in Grad- oder Bogenmaß angegeben ist!

	a)	b)	c)	d)	e)
α	44°	2	135°		
r	3cm			12m	1,2cm
b		5cm		25m	
A			15cm^2		2cm^2

Lösung:

a)

$$b = 2 \cdot 3 \cdot \pi \frac{44}{360} \approx 2,30\text{cm} \qquad A = 3^2 \cdot \pi \frac{44}{360} \approx 3,46\text{cm}^2$$

b)

$$r = \frac{5}{2} = 2,5\text{cm} \qquad A = 2,5^2 \cdot \pi \frac{2}{2\pi} = 6,25\text{cm}^2$$

c)

$$r = \sqrt{\frac{15 \cdot 360}{135 \cdot \pi}} \approx 3,57\text{cm} \qquad b = 2 \cdot 3,57 \cdot \pi \frac{135}{360} \approx 8,41\text{cm}$$

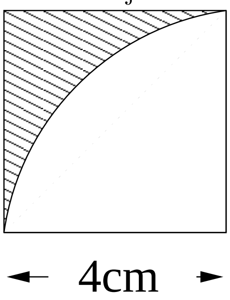
d)

$$\alpha = \frac{25 \cdot 360}{2 \cdot 12 \cdot \pi} \approx 119,37° \qquad A = 12^2 \cdot \pi \frac{119,37}{360} = 150\text{cm}^2$$

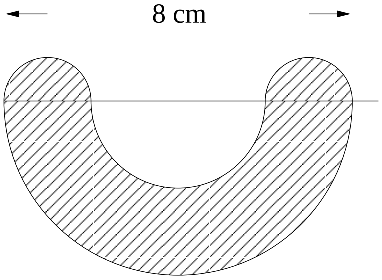
e)

$$\alpha = \frac{2 \cdot 360}{1,2^2 \cdot \pi} \approx 159,15° \qquad b = 2 \cdot 1,2\pi \frac{159,15}{360} \approx 3,33\text{cm}$$

A5. Bestimme jeweils Umfang und Fläche der folgenden schraffierten Figuren



a)



b)

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} A &= A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Sektor}} \\ &= 4^2 - 4^2 \cdot \pi \frac{90}{360} \\ &= 16 - 4\pi \\ &\approx 3,43\text{cm}^2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} A &= A_{\text{Kreis}_1} + A_{\text{Halbkreis}_4} - A_{\text{Halbkreis}_2} \\ &= 1^2 \cdot \pi + 4^2 \cdot \pi \frac{1}{2} - 2^2 \cdot \pi \frac{1}{2} \\ &= 1 \cdot \pi + 8 \cdot \pi - 2 \cdot \pi \\ &= 7 \cdot \pi \approx 21,99\text{cm}^2 \end{aligned}$$

A6. Das Hinterrad eines Fahrrades hat einen Durchmesser von 28 Zoll (1 Zoll entspricht 2,54cm).

a) Wie oft dreht sich das Hinterrad bei einem Kilometer?

b) Wieviele Umdrehungen der Pedale sind für eine Strecke von 600m nötig, wenn die Übersetzung 1 : 4 ist?

Lösung:

Der Umfang des Hinterrades beträgt: $28 \cdot 2,54 \cdot \pi \approx 223,43$cm.

a) Mit einem Umfang von ca. 2,34m dreht sich das Hinterrad: $\frac{1000}{2,2343} \approx 447,57$ mal, also ca. 448 mal.

b) Bei 600m dreht sich das Hinterrad 268,54 mal. Da die Pedale nur ein Viertel so oft getreten werden müssen, ergeben sich 67,14 Pedalumkreisungen für die 600m.

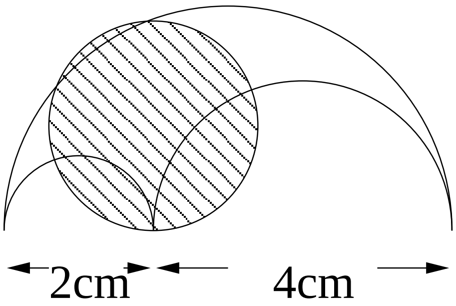
A7. Um wieviel Prozent nimmt der Flc̈heninhalt der Iris eines Auges zu, wenn der äussere Durchmesser der Iris 1cm ist und der Durchmesser der Pupille sich auf Grund stärkeren Lichteinfalls von 4mm auf 2mm verringert?

Lösung:

$$\begin{aligned} A_4 &= 0,5^2 \cdot \pi - 0,2^2 \cdot \pi \\ &\approx 0,66\text{cm}^2 \\ A_2 &= 0,5^2 \cdot \pi - 0,1^2 \cdot \pi \\ &\approx 0,75\text{cm}^2 \end{aligned}$$

Nimmt man die ursprüngliche Fläche als 100%, dann beträgt sie nach der Verkleinerung der Pupille: 114,29%. Die Zunahme also ca. 14,3%

A8. Berechne bei der folgenden Figur den Flächeninhalt des Kreises und den der sichelförmigen Figur. Zur Berechnung des Durchmessers des Kreises ist der Höhensatz nötig ($p \cdot q = h^2$)



Lösung:
Die Fläche der sichelförmigen Figur beträgt:

$$\begin{aligned} A_S &= A_{\text{Halbkreis}_3} - A_{\text{Halbkreis}_1} - A_{\text{Halbkreis}_2} \\ &= 3^2\pi\frac{1}{2} - 1^2\pi\frac{1}{2} - 2^2\pi\frac{1}{2} \\ &= 4,5\pi - 0,5\pi - 2\pi \\ &= 2\pi\text{cm}^2 \end{aligned}$$

Der Durchmesser des Kreises ist nach dem Satz von Thales und dem Höhensatz: $\sqrt{8}$cm. Daher ist seine Fläche:

$$\begin{aligned} A_K &= \left(\frac{\sqrt{8}}{2}\right)^2 \cdot \pi \\ &= 2\pi\text{cm}^2 \end{aligned}$$