

1. Klausur 2. Semester

Mathematik Cremer

Hilfsmittelfreier Teil

Bearbeitungszeit: 20 min.

Erinnerung an die Operatoren:

Angeben, nennen: für die Angabe oder Nennung ist keine Begründung oder Herleitung erforderlich.

Bestimmen, ermitteln: das Vorgehen kann (wenn nicht anders angegeben) frei gewählt werden, muss aber in der Darstellung erkennbar sein.

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A1. Gib bei den folgenden Aussagen an, ob die Aussage 'wahr' (w) oder 'falsch' (f) ist:

- a) Der Graph einer linearen Funktion ist immer eine Gerade.
- b) Eine quadratische Funktion hat immer zwei Nullstellen.
- c) Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades besteht immer aus zwei Kurven einer Links- und einer Rechtskurve (oder umgekehrt).
- d) Eine ganzrationale Funktion fünften Grades hat immer mindestens eine Nullstelle.
- e) Es gibt ganzrationale Funktionen vierten Grades, die keine Nullstellen haben.
- f) Eine ganzrationale Funktion siebten Grades hat höchstens acht Nullstellen.

A2. Gib an, welche Aussagen sich zur Symmetrie der Graphen der folgenden Funktionen treffen lassen

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = x^6 - 3x^4 + 2x^2 - 1 \\ \text{c)} & f(x) = x^4 - 3x^2 + x \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & f(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 - 3x \\ \text{d)} & f(x) = x^7 - 3x^5 + x \end{array}$$

A3. Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = 3x + 12 \\ \text{c)} & f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 5) \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & f(x) = 4x^2 - 20x \\ \text{d)} & f(x) = -2x^2 + 12x - 16 \end{array}$$

Hilfsmittelteil

Erinnerung an die Operatoren:

Angeben, nennen: für die Angabe oder Nennung ist keine Begründung oder Herleitung erforderlich.

Bestimmen, ermitteln: das Vorgehen kann (wenn nicht anders angegeben) frei gewählt werden, muss aber in der Darstellung erkennbar sein.

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A4. Gibt bei den folgenden Funktionen den Verlauf für $x \rightarrow \pm\infty$.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = 2x^4 - 3x^3 + x \\ \text{c)} & f(x) = x^3 - x^4 + 2x^2 - 3 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & f(x) = -x^3 + 2x^2 - 7x + 5 \\ \text{d)} & f(x) = 5x^7 - 3x^5 + 2x^3 \end{array}$$

A5. Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = 3x^2 + 6x - 9 \\ \text{c)} & f(x) = x^4 - 8x^2 - 9 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & f(x) = 2x^3 - 16x^2 + 14x \\ \text{d)} & f(x) = x^4 + 6x^3 + 5x^2 \end{array}$$

A6. Wirft man, z.B., einen Stein in einen Brunnen, dann gilt für die zurück gelegte Strecke des Steins in Metern:

$$s(t) \approx 5 \cdot t^2$$

Wobei t die Anzahl der Sekunden angibt.

- a) Bestimme, wie tief der Stein nach 3 Sekunden gefallen ist.
- b) Der Brunnen ist 70m tief. Bestimme, wie lange es dauert, bis der Stein auf dem Boden des Brunnens aufprallt.

Gib bei beiden Teilaufgaben die Lösung auch in Form eines Satzes an!

A7. Als am 14. Juli in Stolberg der Vichtbach über die Ufer trat, folgte der Wasserstand in der Zeit zwischen 0:00 Uhr und 9:00 Uhr dem Verlauf der Funktion

$$f(x) = 0,05x^3 - 0,8x^2 + 3,15x$$

Dabei bezeichnet x die Stunden nach 0:00 Uhr und $f(x)$ die Höhe des Wasserstands in Metern über oder unter der Hochwasserschutzgrenze.

- a) Berechne, in welchen Zeiten zwischen 0:00 und 9:00 Uhr sich der Wasserstand oberhalb und in welchen Zeiten er sich unterhalb der Hochwasserschutzgrenze befand.
- b) Gib an, wann ungefähr der Höchstand des Wassers erreicht war und wie hoch er war (Tipp: GTR!)
- c) Begründe, wieso sich die Funktion nicht zur Beschreibung des Wasserstandes nach 9:00 Uhr eignen kann!