O II | 2.Klausur | 16.12.2002
GK M 10
(CR)

Lösungen ab dem 21.12.2002 unter
http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/11/11index.html

A1. Faktorisiere die folgenden Terme **soweit wie möglich**.

a) $3x^2 - 21x + 30$
b) $6x^2 - x - 1$
c) $2x^3 - 6x^2 - 12x + 16$
d) $x^3 + 3x^2 + x - 5$

Lösung:

a) $3[x^2 - 7x + 10] \Leftrightarrow 3(x-2)(x-5)$
b) $6[x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}] \Leftrightarrow 6(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3})$
c) $2[x^3 - 3x^2 - 6x + 8]$
Geratene Nullstelle: $x = 1$, die Polynomdivision ergibt
$2(x-1)(x^2 - 2x - 8) \Leftrightarrow 2(x-1)(x+2)(x-4)$
d) Die geratene Nullstelle $x = 1$ ergibt bei Polynomdivision
$(x-1)(x^2 + 4x + 5)$
Der quadratische Term ist irreduzibel

A2. Mache für die folgenden Funktionen eine Bereichsuntersuchung und skizziere den Verlauf des Funktionsgraphen.

a) $f(x) = -2x^2 + 10x - 12$
b) $f(x) = x^3 - 10x^2 + 32x - 32$

Lösung:

a) $(-2)(x^2 - 5x + 6) \Leftrightarrow (-2)(x-2)(x-3)$
Die -2 muß bei der Bereichsuntersuchung mit bedacht werden!
b) Bei einer geratenen Nullstelle $x = 2$ liefert die Polynomdivision
$(x-2)(x^2 - 8x + 16) \Leftrightarrow (x-2)(x-4)(x-4)$
Die Nullstelle $x = 4$ muß doppelt berücksichtigt werden.

A3. Bestimme die Funktionsgleichung, deren Graph eine Parabel ist und die durch die Punkte $A(3/-4)$, $B(2/0)$ und $C(1/8)$ geht.
Lösung:
Wegen der allgemeinen Form der Parabelgleichung gelten:

$$\begin{array}{ccc|cl} 1 & 1 & 1 & 8 & \\ 4 & 2 & 1 & 0 & \mid\; -4\cdot I \\ 9 & 3 & 1 & -4 & \mid\; -9\cdot I \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|cl} 1 & 1 & 1 & 8 & \\ 0 & -2 & -3 & -32 & \mid\; \div -2 \\ 0 & -6 & -8 & -76 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|cl} 1 & 1 & 1 & 8 & \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & 16 & \\ 0 & -6 & -8 & -76 & \mid\; +6\cdot II \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \end{array}$$

Daraus folgt $c = 20$, $b = -14$ und $a = 2$

A4. Löse das folgende Gleichungssystem mit dem Gauß'schen Algorithmus

$$\begin{array}{lcccccccccr} I & a & + & b & + & c & + & d & = & 10 \\ II & a & - & b & + & c & - & d & = & -2 \\ III & 2a & + & 2b & & & - & d & = & 2 \\ IV & & & 3b & - & c & & & = & 3 \end{array}$$

Lösung:

$$
\begin{array}{cccc|c cc}
1 & 1 & 1 & 1 & 10 & & \\
1 & -1 & 1 & -1 & -2 & | & -I \\
2 & 2 & 0 & -1 & 2 & | & -2\cdot I \\
0 & 3 & -1 & 0 & 3 & & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 10 & & \\
0 & -2 & 0 & -2 & -12 & | & \div(-2) \\
0 & 0 & -2 & -3 & -18 & & \\
0 & 3 & -1 & 0 & 3 & & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 10 & & \\
0 & 1 & 0 & 1 & 6 & & \\
0 & 3 & -1 & 0 & 3 & | & -3\cdot II \\
0 & 0 & -2 & -3 & -18 & & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 10 & & \\
0 & 1 & 0 & 1 & 6 & & \\
0 & 0 & -1 & -3 & -15 & | & \div(-1) \\
0 & 0 & -2 & -3 & -18 & & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 10 & & \\
0 & 1 & 0 & 1 & 6 & & \\
0 & 0 & 1 & 3 & 15 & & \\
0 & 0 & -2 & -3 & -18 & | & +2\cdot III \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 10 & & \\
0 & 1 & 0 & 1 & 6 & & \\
0 & 0 & 1 & 3 & 15 & & \\
0 & 0 & 0 & 3 & 12 & | & \div 3 \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 10 & & \\
0 & 1 & 0 & 1 & 6 & & \\
0 & 0 & 1 & 3 & 15 & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 4 & &
\end{array}
$$

Daraus folgt $d = 4$, $c = 3$, $b = 2$ und $a = 1$

O II 2.Klausur 20.12.2002
GK M 3
(CR)

Lösungen ab dem 21.12.2002 unter

http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/11/11index.html

A5. Faktorisiere die folgenden Terme **soweit wie möglich**.

a) $3x^2 + 21x + 30$
b) $6x^2 + x - 1$
c) $2x^3 + 6x^2 - 12x - 16$
d) $x^3 + 5x^2 + 4x - 10$

Lösung:

a) $3[x^2 + 7x + 10] \Leftrightarrow 3(x+2)(x+5)$
b) $6[x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}] \Leftrightarrow 6(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{3})$
c) $2[x^3 - 3x^2 - 6x + 8]$
Geratene Nullstelle: $x = -1$, die Polynomdivision ergibt
$2(x+1)(x^2+2x-8) \Leftrightarrow 2(x+1)(x-2)(x+4)$
d) Die geratene Nullstelle $x = 1$ ergibt bei Polynomdivision
$(x-1)(x^2+6x+10)$
Der quadratische Term ist irreduzibel

A6. Mache für die folgenden Funktionen eine Bereichsuntersuchung und skizziere den Verlauf des Funktionsgraphen.

a) $f(x) = -2x^2 - 10x - 12$
b) $f(x) = x^3 + 8x^2 + 20x + 16$

Lösung:

a) $(-2)(x^2+5x+6) \Leftrightarrow (-2)(x+2)(x+3)$
Die -2 muß bei der Bereichsuntersuchung mit bedacht werden!
b) Bei einer geratenen Nullstelle $x = -2$ liefert die Polynomdivision
$(x+2)(x^2+6x+8) \Leftrightarrow (x+2)(x+2)(x+4)$
Die Nullstelle $x = -2$ muß doppelt berücksichtigt werden.

A7. Bestimme die Funktionsgleichung, deren Graph eine Parabel ist und die durch die Punkte $A(-3/-6)$, $B(1/54)$ und $C(-2/0)$ geht.

Lösung:

Wegen der allgemeinen Form der Parabelgleichung gelten:

$$\begin{array}{ccc|cl} 1 & 1 & 1 & 54 & \\ 4 & -2 & 1 & 0 & \mid \quad -4\cdot I \\ 9 & -3 & 1 & -6 & \mid \quad -9\cdot I \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|cl} 1 & 1 & 1 & 54 & \\ 0 & -6 & -3 & -216 & \mid \quad \div(-6) \\ 0 & -12 & -8 & -492 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|cl} 1 & 1 & 1 & 54 & \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 36 & \\ 0 & -12 & -8 & -492 & \mid \quad +12\cdot II \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|cl} 1 & 1 & 1 & 54 & \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 36 & \\ 0 & 0 & -2 & -60 & \mid \quad \div(-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 54 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 36 \\ 0 & 0 & 1 & 30 \end{array}$$

Daraus folgt $c = 30$, $b = 21$ und $a = 3$

A8. Löse das folgende Gleichungssystem mit dem Gauß'schen Algorithmus

$$\begin{array}{rcccccccccc} I & a & + & b & + & c & + & d & = & 2 \\ II & a & - & b & + & c & - & d & = & 2 \\ III & 2a & + & 3b & & & + & d & = & 2 \\ IV & & & 2b & + & 2c & & & = & 2 \end{array}$$

Lösung:

$$
\begin{array}{cccc|c|c}
1 & 1 & 1 & 1 & 2 & \\
1 & -1 & 1 & -1 & 2 & -I \\
2 & 3 & 0 & 1 & 2 & -2 \cdot I \\
0 & 2 & 2 & 0 & 2 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc|c}
1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\
0 & -2 & 0 & -2 & 0 \\
0 & 1 & -2 & -1 & -2 \\
0 & 2 & 2 & 0 & 2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc|c|c}
1 & 1 & 1 & 1 & 2 & \\
0 & 1 & -2 & -1 & -2 & \\
0 & -2 & 0 & -2 & 0 & +2 \cdot II \\
0 & 2 & 2 & 0 & 2 & -2 \cdot II
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc|c|c}
1 & 1 & 1 & 1 & 2 & \\
0 & 1 & -2 & -1 & -2 & \\
0 & 0 & -4 & -4 & -4 & \div(-4) \\
0 & 0 & 6 & 2 & 6 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc|c|c}
1 & 1 & 1 & 1 & 2 & \\
0 & 1 & -2 & -1 & -2 & \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \\
0 & 0 & 6 & 2 & 6 & -6 \cdot III
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc|c}
1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\
0 & 1 & -2 & -1 & -2 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & -4 & 0
\end{array}
$$

Daraus folgt $d = 0$, $c = 1$, $b = 0$ und $a = 1$

O II 2.Klausur 17.1.2003
GK M 3
(CR)

A1. Gegeben sind die Geraden

$$g : y = 2x + 3 \text{ und } h : y = -x + 7$$

sowie die Punkte: $A(1/5)$und $B(3/10)$.

a) Welcher der Punkte liegt auf der Geraden g (mit Begründung)?
b) Berechne die Gleichung der Gerade i, die die Steigung 4 hat und durch den Punkt B verläuft.
c) Bestimme den Schnittpunkt der Geraden g und h.

A2. Faktorisiere die folgenden Terme soweit wie möglich

a) $3x^2 + 9x - 30$ b) $8x^2 - 2x - 1$ c) $2x^3 + 2x^2 - 14x - 30$

A3. Mache eine Bereichsuntersuchung für die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$

A4. Bestimme mit dem Gaußschen Algorithmus die Gleichung der quadratischen Funktion, die durch die Punkte $A(1/-3)$, $B(3/17)$ und $C(-1/-7)$ geht.

A5. Welchen Definitionsbereich hat die Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 6x + 13}{x^2 + 2x - 8}$$