

Ohne Hilfsmittel!

Q₁ II

2.Klausur

16.6.2017

A1. Bestimme für die folgenden Funktionen jeweils die erste Ableitung

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = 3e^{2x} \\ \text{b)} & f(x) = 5e^{x^2-3x+1} + 1 \\ \text{c)} & f(x) = (x+1)e^{3x} \\ \text{d)} & f(x) = \sin(x) \cdot e^{\cos(x)} \end{array}$$

A2. Für eine Funktion gilt:

$$\begin{aligned} f(x) &= (1 + 2x)e^{3x} \\ f'(x) &= (5 + 6x)e^{3x} \\ f''(x) &= (21 + 18x)e^{3x} \\ f'''(x) &= (81 + 54x)e^{3x} \end{aligned}$$

Bestimme eine Stammfunktion von $f(x)$.

Mit Hilfsmittel!

Q₁ II

2.Klausur

16.6.2017

A3. Klein aber fein

(Mal sehn, wer im Unterricht aufgepasst hat)

- a) Schreibe die Funktion

$$f(x) = 3 \cdot 5^x$$

als Exponentialfunktion zur Basis e .

- b) Löse die Gleichung

$$3 = 2 \cdot e^{x-2}$$

A4. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = (x + 1)e^{-x}$$

- a) Bestimme alle Schnittpunkte des Graphen der Funktion mit den Koordinatenachsen.
b) Zeige rechnerisch, dass die ersten drei Ableitungen der Funktion:

$$f'(x) = -xe^{-x}$$

$$f''(x) = (x - 1)e^{-x}$$

$$f'''(x) = (2 - x)e^{-x}$$

sind.

- c) Bestimme alle Extrem- und Wendestellen der Funktion.
d) Zeige, dass

$$F(x) = (-x - 2)e^{-x}$$

eine Stammfunktion von $f(x)$ ist.

- e) Berechne die Fläche, die vom Graphen der Funktion und den Koordinatenachsen eingeschlossen wird.
f) Bestimme die Gleichung der Wendetangente an den Graphen von $f(x)$ und berechne die Fläche, die von dieser Wendetangente und den Koordinatenachsen eingeschlossen wird.

A5. Das Wachstum eines Baumes kann für die ersten 10 Jahre mit der Funktion

$$w(t) = \frac{1}{5}(t + 1)e^{1-\frac{1}{2}t}$$

beschrieben werden. Dabei ist t die Zeit in Jahren und $w(t)$ das Wachstum in Metern. Bei der Pflanzung ($t = 0$) ist der Baum 90cm hoch.

- a) Wie groß ist die Wachstumsgeschwindigkeit nach 8 Jahren?
b) In welchem Jahr wächst der Baum am schnellsten und um wieviel Zentimeter wächst er dann?
c) Weise nach, dass

$$W(t) = \frac{1}{5}(-2t - 6)e^{1-\frac{1}{2}t}$$

eine Stammfunktion von $w(t)$ ist.

- d) Berechne mit dieser Stammfunktion das Integral

$$\int_0^{10} w(t) dt$$

und deute das Ergebnis im Sachzusammenhang.

- e) Wie groß war das durchschnittliche Wachstum des Baumes in den ersten 10 Jahren und wie groß ist der Baum dann?