

Nachschreibeklausur      3. Semester  
Mathematik Cremer

Hilfsmittelfreier Teil

Bearbeitungszeit: 20 min.

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A1. Gib an, welche Art von Symmetrie bei den folgenden Funktionen erkennbar ist.

a)  $f(x) = 1 + x^6 - 3x^2 + 5x^4$       b)  $f(x) = x^5 + 3x^3 - 7x$   
c)  $f(x) = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 7$       d)  $f(x) = 17x^5 - 13x^3 + 21x - 1$

A2. Gib bei den folgenden Funktionen jeweils das Verhalten im Unendlichen an.

a)  $f(x) = 2x^2$       b)  $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 7x - 15$   
c)  $f(x) = -5x^7 + 3x^5 - 2x^3 + 21x$

A3. Bestimme die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen ( $y$ -Achsen-Abschnitt und Nullstellen) der folgenden Funktionen.

a)  $f(x) = 2x - 6$       b)  $f(x) = x^2 - 4x$   
c)  $f(x) = (x - 1)(x + 3)$

A4. Gib von den folgenden Funktionen jeweils die erste Ableitung an.

a)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 7x - 5$       b)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$   
c)  $f(x) = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}}$

A5. Begründe, wieso zur Bestimmung des Maximums der Funktion:  $f(x) = -x^2 + 3x - 7$  deren Ableitung nicht erforderlich ist.

# Hilfsmittelteil

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A6. Bestimme die Schnittpunkte der folgenden Funktionen mit den Koordinatenachsen

$$\text{a) } f(x) = x^2 - 10x + 21 \quad \text{b) } f(x) = x^4 - 4x^2 \quad \text{c) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$$

A7. Gegeben ist eine Funktion durch die Gleichung

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x$$

- Gib an, was zur Symmetrie des Funktionsgraphen erkennbar ist und das Verhalten des Graphen im Unendlichen.
  - Berechne die Nullstellen der Funktion.
  - Gibt die ersten drei Ableitungen der Funktion an.
  - Bestimme die Extremstellen (Maxima und Minima) der Funktion.
  - Berechne die Wendestellen der Funktion.
- A8. Nach drei Jahren der Trockenheit und Dürre gibt es bei der Wurm in der Nähe von Würselen am 27.5.2021 erstmalig wieder eine Hochwasserwelle. Für die Zeit von 0:00 Uhr bis 20:00 Uhr lässt sich diese Welle mit der Funktion

$$w(t) = \frac{1}{1000}(x^3 - 40x^2 + 400x)$$

beschreiben. Dabei ist  $w(t)$  der Wasserstand über/unter dem Normalpegel und  $t$  die Anzahl der Stunden nach 0:00 Uhr.

**Tipp:** Schau dir zunächst den Graphen dieser Funktion mit dem GTR für den  $x$ -Bereich von  $-2$  bis  $22$  und den  $y$ -Bereich von  $-3$  bis  $3$  an.

- Begründe mit dem Verhalten für  $t \rightarrow \infty$ , wieso diese Funktion für Zeiten nach 20:00 Uhr nicht zur Darstellung des Pegelstandes der Wurm geeignet ist.
- Bestimme die Uhrzeiten, an denen die Wurm ihren normalen Pegel, also weder Hoch- noch Niedrigwasserr hat.
- Berechne wann der Höchststand der Hochwasserwelle erreicht wird und wie hoch dieser ist.
- Bestimme den Zeitpunkt, an dem der Wasserstand am schnellsten sinkt!