

## 2. Semester Mathematik Cremer Hilfsmittelfreier Teil

13.12.2021

Bearbeitungszeit: 30 min.

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

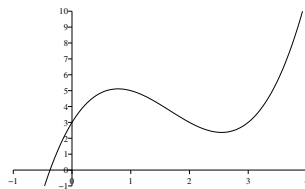
**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

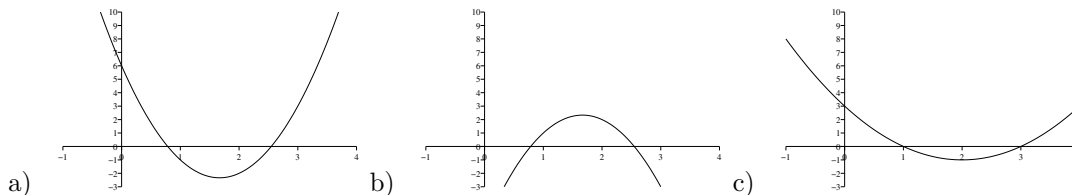
A1. Gib für die folgenden Funktionen jeweils die erste Ableitungsfunktion an.

a)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 7$     b)  $f(x) = x^4 - 7x^2 + 12$   
c)  $f(x) = x + x^{-1} + x^{-2}$     d)  $f(x) = x^{\frac{2}{3}} + x^{0.3}$

A2. Gegeben ist der Graph einer Funktion:



Weiterhin sind die folgenden drei Graphen gegeben:



Gib für jeden der drei Graphen begründet an, ob es sich um den Graphen der Ableitungsfunktion von obiger Funktion handeln kann. Für jeden der drei Graphen muss angegeben werden, ob es sich um die Ableitungsfunktion handelt oder nicht und mindestens ein Argument, warum das so ist.

A3. Berechne die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f(x) = x^2$  an der Stelle  $x = 3$ .

# Hilfsmittelteil

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

- A4. Leitet man eine Ableitungsfunktion noch einmal ab, dann ergibt sich die sogenannte 'zweite Ableitung'(sfunktion). Analog kann auch die dritte und vierte (...) Ableitung bestimmt werden. Gib die ersten drei Ableitungen der Funktion

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 7$$

an.

- A5. Gegeben ist die Funktion:

$$f(x) = x^3 - 9x$$

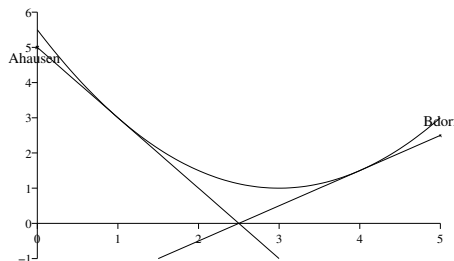
- a) Gib an, ob und welches Symmetrieverhalten die Funktion hat.  
b) Gib an, wie der Funktionsgraph für 'große' Werte von  $x$  verläuft (Verhalten im Unendlichen).  
c) Berechne alle Nullstellen der Funktion.  
d) Gib die erste Ableitungsfunktion der obigen Funktion an und berechne alle Nullstellen dieser Funktion. Überprüfe mit dem GTR, ob die Nullstellen der Ableitungsfunktion mit den Extremstellen der ursprünglichen Funktion übereinstimmen.
- A6. Berechne mit der h-Methode  $f'(3)$  für die Funktion

$$f(x) = x^2 + 2x$$

- A7. Zwischen Ahausen und Bdorf soll eine neue Straße gebaut werden. Ahausen liegt, in einem geeigneten Koordinatensystem an der Stelle  $(0/5)$  und Bdorf an der Stelle  $(5/2.5)$  (Siehe Skizze). Da zwischen Ahausen und Bdorf ein See liegt, kann die Straße nicht gerade gebaut werden, sondern folgt — in Teilen — einer Kurve. Diese Kurve gilt im obigen Koordinatensystem für die  $x$ -Werte zwischen  $x = 1$  und  $x = 4$  und folgt der Funktionsgleichung

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$$

Die 'fehlenden' Stücke zwischen  $x = 0$  und  $x = 1$  einerseits und  $x = 4$  und  $x = 5$  andererseits soll jeweils in Form einer Geraden ausgeführt werden. Diese geraden Straßenstücke sollen 'glatt' an die Kurve anschließen.



Berechne jeweils die Geradengleichung für den Straßenverlauf zwischen  $x = 0$  und  $x = 1$  (1. Gerade) und zwischen  $x = 4$  und  $x = 5$  (2. Gerade).