2. Semester Nachrüfung

Mathematik Cremer

Erinnerung an die Operatoren:
Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.
Bestimme bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.
Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.
Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

Gegeben ist die ganzrationale Funktion

$$f(x) = -3x^3 + 15x^2 - 12x$$

a) Gib begründet an, ob und welche Art von Symmetrie des Funktionsgraphen sich aus der Funktionsgleichung ablesen lässt.

b) Gib an, wie sich die Funktion für '*große Werte*' von x verhält (Verhalten im Unendlichen).

c) Berechne alle Nullstellen der Funktion

d) Gib die ersten drei Ableitungsfunktionen von $f(x)$ an.

e) Bestimme die Ableitung der Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = 1$.

f) Gib an, wie die Gleichung einer Tangente an den Graphen der obigen Funktion bei $x = 1$ bestimmt werden kann.

2. Semester Nachrüfung

Mathematik Cremer

Erinnerung an die Operatoren:
Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.
Bestimme bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.
Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.
Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

Gegeben ist die ganzrationale Funktion

$$f(x) = -3x^3 + 15x^2 - 12x$$

a) Gib begründet an, ob und welche Art von Symmetrie des Funktionsgraphen sich aus der Funktionsgleichung ablesen lässt.
Lösung:
Es ist keine Symmetrie erkennbar. (Die immer bestehende Symmetrie von Funktionsgraphen der Funktionen 3. Grades wurde im Unterricht nicht behandelt!)
Wünschenswert wäre eine Nennung der Kriterien für die Achsensymmetrie zur y-Achse oder Punktsymmetrie zum Ursprung.

b) Gib an, wie sich die Funktion für '*große Werte*' von x verhält (Verhalten im Unendlichen).
Lösung:
Hier ist entweder eine formale Lösung ($\lim\limits_{x\to\infty} \ldots$) oder eine graphische Antwort möglich. Dabei muss aber erkennbar sein, dass die Funktion 'von links nach rechts' aus dem positiv Unendlichen kommt und ins negativ Unendliche verläuft

c) Berechne alle Nullstellen der Funktion
Lösung:

$$\begin{aligned} 0 &= -3x^3 + 15x^2 - 12x \\ &= -3x(x^2 - 5x + 4) \\ x = 0 \qquad 0 &= x^2 - 5x + 4 \\ x = 0 \qquad x &= 1 \quad x = 4 (p - q - \text{Formel}) \end{aligned}$$

d) Gib die ersten drei Ableitungsfunktionen von $f(x)$ an.
Lösung:

$$\begin{aligned} f'(x) &= -9x^2 + 30x - 12 \\ f''(x) &= -18x + 30 \\ f'''(x) &= -18 \end{aligned}$$

e) Bestimme die Ableitung der Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = 1$.
Lösung:

$$f'(1) = -9 \cdot 1^2 + 30 \cdot 1 - 12 = 9$$

f) Gib an, wie die Gleichung einer Tangente an den Graphen der obigen Funktion bei $x = 1$ bestimmt werden kann.
Lösung:
Eine Tangente hat die Form $t(x) = mx + n$. Die letzte Teilaufgabe ergab, dass $m = 9$ sein muss, also $t(x) = 9x + n$.
Zur Bestimmung von n muss auch $f(1) = 0$ berechnet werden, was in Teilaufgabe c) erledigt wurde.
Aus dem Ansatz $0 = 9 \cdot 1 + n$ ergibt sich sofort $n = -9$ und damit

$$t(x) = 9x - 9$$

Zum Erreichen der Note 'befriedigend plus' (notwendig zum Bestehen der Nachprüfung) müssen alle Teilaufgaben, bis auf die letzte, zumindest in Grundzügen richtig bearbeitet werden.
Der zweite Teil der mündlichen Prüfung wird sich i.W. auf die Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen konzentrieren. Hierbei sollen die folgendne Fälle unterschieden werden:

- Nullstellen linearer Funktionen.
- Nullstellen per $p-q-$Formel.
- Ausklammern eines 'x'.
- Nullstellen bei bekannten Linearfaktoren.
- Das Verfahren der Substitution.