

A1. Für einen kleinen Betrieb gilt, daß der Gewinn der Funktion:

$$f_k(x) = k - \ln\left(\sqrt{(x-k)^2 + 1}\right)$$

entspricht. Hier bei steht k für die Anzahl der Mitarbeiter und x für die produzierte Stückzahl. Derzeit hat der Betrieb 10 Mitarbeiter (Überlege, wie die Funktion für den Betrieb lauten muß).

- Begründe, daß die Funktion für jede beliebige Stückzahl definiert ist.
- Ab welchen Stückzahlen ist kein Gewinn mehr zu erwarten (Untersuche nur die sinnvollen Zahlbereiche)?
- Bestimme die ersten beiden Ableitungen der Funktion. Für die erste Ableitung muß zweimal die Kettenregel verwendet werden.
- Bei welcher Produktion ist der Gewinn maximal? Gib eine begründete Vermutung ab, wie der Maximalgewinn von der Mitarbeiterzahl abhängt.
- Untersuche die notwendige Bedingung für das Vorliegen eines Wendepunktes.

A2. Bestimme die Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = x^2 + 3x + 5$ b) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

c) $f(x) = \sin(3x)$

A3. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^2 - 5x$$

- Bestimme $\int_3^5 f(x) dx$ und $\int_3^6 f(x) dx$.
- Was fällt dir an dem Ergebnis auf?