

3. Semester  
Mathematik Cremer  
Hilfsmittelfreier Teil

Nachschreibeklausur

12.1.2022

Bearbeitungszeit: 40 min.

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

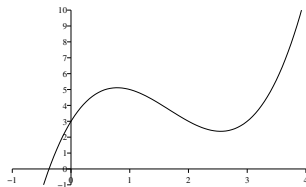
**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A1. Gib für die folgenden Funktionen jeweils die erste Ableitungsfunktion an.

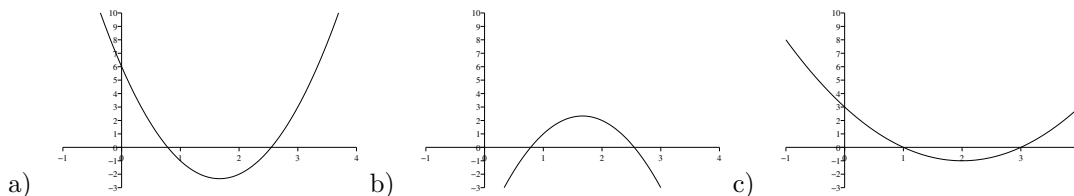
a)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 7$     b)  $f(x) = x^4 - 7x^2 + 12$   
c)  $f(x) = x + x^{-1} + x^{-2}$     d)  $f(x) = x^{\frac{2}{3}} + x^{0.3}$

A2. Gib von der Funktion  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 7x + 5$  die ersten drei Ableitungsfunktionen an.

A3. Gegeben ist der Graph einer Funktion:



Weiterhin sind die folgenden drei Graphen gegeben:



Gib für jeden der drei Graphen begründet an, ob es sich um den Graphen der Ableitungsfunktion von obiger Funktion handeln kann. Für jeden der drei Graphen muss angegeben werden, ob es sich um die Ableitungsfunktion handelt oder nicht und mindestens ein Argument, warum das so ist.

A4. Berechne die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f(x) = x^2$  an der Stelle  $x = 3$ .

A5. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$$

Berechne die Extrem- und Wendestellen dieser Funktion.

# Hilfsmittelteil

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A6. Berechne die Extremstelle der Funktion  $f(x) = x^4$ .

A7. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^3 - 4x$$

- a) Gib an, ob und welches Symmetrieverhalten der Graph der Funktion zeigt.
  - b) Gib das Verhalten des Funktionsgraphen 'im Unendlichen' an.
  - c) Berechne alle Nullstellen der Funktion.
  - d) Gib die ersten drei Ableitungen der Funktion an.
  - e) Berechne alle Extrempunkte des Funktionsgraphen.
  - f) Berechne den Wendepunkt des Funktionsgraphen.
- A8. Am 4.12.2021 schwappte eine Hochwasserwelle durch Venwegen. Der Verlauf dieser Hochwasserwelle lässt sich mit der Funktion

$$h(t) = t^3 - 16t^2 + 63t$$

beschrieben, wobei  $t$  die Anzahl der Stunden nach 0:00 Uhr ist und  $h(t)$  den Wasserstand in Zentimetern über/unter dem Normalpegel angibt.

- a) Bestimme, zu welchen Uhrzeiten der Wasserstand gleich dem Normalpegel ist.
- b) Bestimme zu welchem Zeitpunkt das Hochwasser am höchsten steht und bestimme auch die Höhe des Hochwassers über dem Normalpegel zu diesem Zeitpunkt.
- c) Berechne, wann der Wasserstand am stärksten sinkt.

4. Semester  
Mathematik Cremer  
Hilfsmittelfreier Teil

Nachschreibeklausur

14.1.2022

Bearbeitungszeit: 40 min.

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

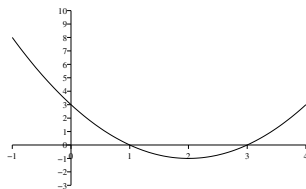
A1. Berechne

a)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$     b)  $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$     c)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$   
d)  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$     e)  $5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$     f)  $(-2) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

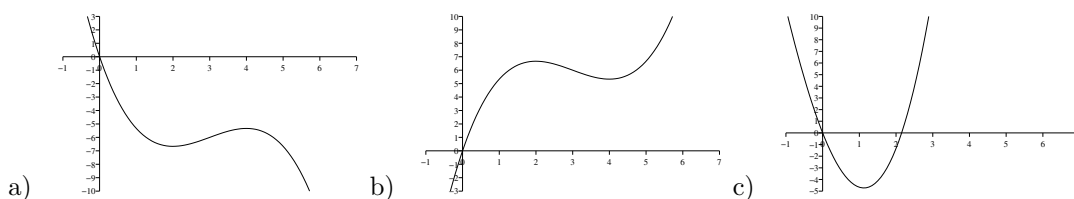
A2. Löse die folgenden Gleichungssysteme

a)  $\begin{matrix} x + y = 3 \\ x + z = 4 \\ 3x + 2y + z = 10 \end{matrix}$     b)  $\begin{matrix} a + b + c = 4 \\ a - b + c = 2 \\ a + c = 4 \end{matrix}$     c)  $\begin{matrix} 2x + y - z = 6 \\ x - 2y + z = -1 \\ x + z = 1 \end{matrix}$

A3. Gegeben ist der Graph einer Funktion:



Weiterhin sind die folgenden drei Graphen gegeben:



Gib für jeden der drei Graphen begründet an, ob es sich um den Graph einer Stammfunktion der obigen Funktion handeln kann oder nicht. Für jeden Graphen muss mindestens ein Argument angegeben werden!

A4. Gib für die folgenden Funktionen eine Stammfunktion an

a)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 7$     b)  $f(x) = x + x^{-2} + x^{-3}$

A5. Berechne das folgende bestimmte Integral

$$\int_0^2 (x^2 + 3x - 2) dx$$

## Hilfsmittelteil

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A6. Bestimme die Lösungen der folgenden Gleichungen

$$\text{a) } \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{c) } 2\vec{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

A7. Gib die Lösung des folgenden Gleichungssystems an.

$$\begin{array}{l} I \quad 0.2x - 0.3y + 0.4z = 0.41 \\ II \quad -0.1x + 0.5y - 1.2z = -1.15 \\ III \quad 1.3x + 0.7y - 0.3z = 2.05 \end{array}$$

A8. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$$

- Gib an, welche Art von Symmetrieverhalten die Funktion zeigt.
  - Gib das Verhalten der Funktion im Unendlichen an.
  - Bestimme alle Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen der Funktion.
  - Der Graph der Funktion schließt mit der  $y$ -Achse eine Fläche ein. Bestimme die Größe dieser Fläche.
- A9. Ein neu gebauter Wasserturm fasst  $1000\text{m}^3$  Wasser. Er soll nun erstmalig gefüllt werden. Die Füllung beginnt um 0:00 Uhr, um so zumindest zu Beginn nicht zu viel an Entnahme an Wasser zu haben.  
Für die ersten 12 Stunden folgt die Befüllung des Wasserturms dem Verlauf der Funktion

$$f(x) = x^3 - 20x^2 + 96x$$

Dabei gibt  $x$  die Stunden nach 0:00 Uhr an und  $f(x)$  die Menge an Wasser, was (in Kubikmeter) pro Stunde in den Turm hinein ( $f(x) > 0$ ) oder heraus ( $f(x) < 0$ ) fließt.

- Bestimme die Zeiten, an denen kein Wasser in den Turm hinein und keines heraus fließt.
- Gib die Bedeutung der Nullstelle  $x = 8$  im Sachzusammenhang an.
- Bestimme den Zeitpunkt, an dem das meiste Wasser in den Turm hinein fließt.
- Bestimme den Zeitpunkt, an dem der Zufluss an Wasser am stärksten abnimmt.
- Bestimme die Menge an Wasser, die nach 12 Stunden im Turm ist.