

4. Semester
Mathematik Cremer
Hilfsmittelfreier Teil

1. Klausur

7.4.2022

Bearbeitungszeit: 30 min.

Erinnerung an die Operatoren:

Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

- A1. Der Graph einer Funktion 2. Grades verläuft durch den Ursprung des Koordinatensystems und den Punkt $(3/ -3)$. Bei $x = 2$ hat der Graph eine Extremstelle. Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.
- A2. Gib jeweils das Ergebnis der unbestimmten Integrale an.

a) $\int x^2 + x dx$ b) $\int x^4 - 2x^2 + 3 dx$
c) $\int 3x^3 - 4x^2 + 7x - 3 dx$ d) $\int x + x^{-3} dx$

- A3. Berechne

a) $\int_1^3 3x^2 + 2x dx$ b) $\int_{-2}^2 5x + 2 dx$

Hilfsmittelteil

Bearbeitungszeit: 105 min.

Erinnerung an die Operatoren:

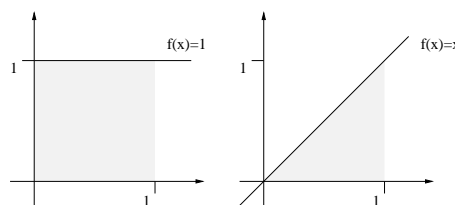
Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

- A4. Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = 1$ und $f(x) = x$ jeweils im Bereich von $x = 0$ bis $x = 1$. Zwischen den jeweiligen Funktionsgraphen und der x -Achse wird jeweils eine Fläche eingeschlossen.

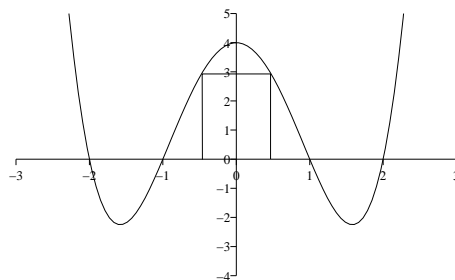


Berechne die beiden Flächengrößen zunächst 'konventionell'¹ und dann, indem du jeweils die Integrale: $\int_0^1 f(x) dx$ berechnest. Beurteile die Ergebnisse.

- A5. Gegeben ist die Funktion f durch ihre Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^4 - 26x^3 + 203x^2 - 442x + 264$$

- a) Gib für die obige Funktion die folgenden Integralwerte an: $\int_0^1 f(x) dx$, $\int_0^2 f(x) dx$, $\int_0^{11} f(x) dx$ und $\int_0^{12} f(x) dx$
- b) Beschreibe den (ungefähren) Verlauf des Funktionsgraphen, und begründe ihn mit den Ergebnissen der letzten Teilaufgabe.
- A6. Zwischen den Graphen der Funktion $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ und der x -Achse soll ein Rechteck eingezeichnet werden.



Bestimme die Breite und Höhe des Rechtecks so, dass dessen Flächeninhalt möglichst groß wird.

- A7. Die Firma Geldraff Pharmaceutical (GP) hat ein neues Medikament gegen den besonders bei Studierende im Frühling auftretenden Faulvirus entwickelt. Das Medikament wird in Pillenform dargereicht.

Die Studien von GP haben ergeben, dass nach Gabe des Medikaments die Wirkstoffkonzentration im Blut der Probanden zunächst steil ansteigt um nach 4 Stunden mit 256mg/l das Maximum zu erreichen. Nach 12 Stunden ist der Wirkstoff im Blut wieder vollkommen abgebaut.

- a) Zeige², dass sich die Konzentration des Wirkstoffs im Blut mit den obigen Angaben durch die Funktion

$$f(x) = x^3 - 24x^2 + 144x$$

¹ Überlege einfach, um welche Art von Fläche es sich handelt, dann sollte es einfach sein!

² Das notwendige Gleichungssystem muss aufgestellt werden, kann aber mit dem GTR gelöst werden.

berechnen lässt, wobei x die Anzahl der Stunden nach Einnahme des Medikaments angibt und $f(x)$ die Konzentration des Medikaments im Blut in mg/l.

Sollte die Teilaufgabe nicht gelöst werden können, soll für die weiteren Teilaufgaben mit der obigen Funktion weiter gearbeitet werden.

- b) Zeige durch Berechnung, dass die Funktion außer den beiden angegebenen Nullstellen, keine weiteren Nullstellen besitzt.
- c) Bestimme den Zeitpunkt, an dem die Konzentration des Wirkstoffs im Blut am stärksten abnimmt.
- d) Die Studie hat weiter ergeben, dass das Medikament nur dann wirksam ist, wenn die Konzentration des Wirkstoffs im Blut mindestens 20mg/l beträgt. Bestimme den Zeitraum, innerhalb dessen das Medikament wirkt.
- e) Begründe, dass sich die Funktion nach 12 Stunden nicht mehr zur Beschreibung der Wirkstoffkonzentration im Blut eignen kann.