

4. Semester  
Mathematik Cremer  
Hilfsmittelfreier Teil

1. Klausur

7.4.2022

Bearbeitungszeit: 30 min.

Erinnerung an die Operatoren:

**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

- A1. Der Graph einer Funktion 2. Grades verläuft durch den Ursprung des Koordinatensystems und den Punkt  $(3/ -3)$ . Bei  $x = 2$  hat der Graph eine Extremstelle. Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.
- A2. Gib jeweils das Ergebnis der unbestimmten Integrale an.

a)  $\int x^2 + x dx$                       b)  $\int x^4 - 2x^2 + 3 dx$   
c)  $\int 3x^3 - 4x^2 + 7x - 3 dx$       d)  $\int x + x^{-3} dx$

- A3. Berechne

a)  $\int_1^3 3x^2 + 2x dx$       b)  $\int_{-2}^2 5x + 2 dx$

Hilfsmittelteil

Bearbeitungszeit: 105 min.

Erinnerung an die Operatoren:

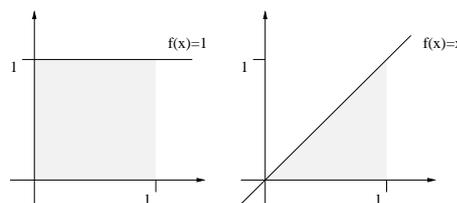
**Gib an** bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

**Bestimme** bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

**Berechne** bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

**Begründe** bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

- A4. Gegeben sind die beiden Funktionen  $f(x) = 1$  und  $f(x) = x$  jeweils im Bereich von  $x = 0$  bis  $x = 1$ . Zwischen den jeweiligen Funktionsgraphen und der  $x$ -Achse wird jeweils eine Fläche eingeschlossen.

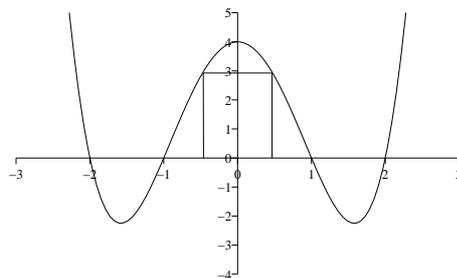


Berechne die beiden Flächengrößen zunächst 'konventionell'<sup>1</sup> und dann, indem du jeweils die Integrale:  $\int_0^1 f(x) dx$  berechnest. Beurteile die Ergebnisse.

- A5. Gegeben ist die Funktion  $f$  durch ihre Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^4 - 26x^3 + 203x^2 - 442x + 264$$

- a) Gib für die obige Funktion die folgenden Integralwerte an:  $\int_0^1 f(x) dx$ ,  $\int_0^2 f(x) dx$ ,  $\int_0^{11} f(x) dx$  und  $\int_0^{12} f(x) dx$
- b) Beschreibe den (ungefähren) Verlauf des Funktionsgraphen, und begründe ihn mit den Ergebnissen der letzten Teilaufgabe.
- A6. Zwischen den Graphen der Funktion  $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$  und der  $x$ -Achse soll ein Rechteck eingezeichnet werden.



Bestimme die Breite und Höhe des Rechtecks so, dass dessen Flächeninhalt möglichst groß wird.

- A7. Die Firma Geldraff Pharmaceutical (GP) hat ein neues Medikament gegen den besonders bei Studierende im Frühling auftretenden Faulvirus entwickelt. Das Medikament wird in Pillenform dargereicht.
- Die Studien von GP haben ergeben, dass nach Gabe des Medikaments die Wirkstoffkonzentration im Blut der Probanden zunächst steil ansteigt um nach 4 Stunden mit 256mg/l das Maximum zu erreichen. Nach 12 Stunden ist der Wirkstoff im Blut wieder vollkommen abgebaut.

- a) Zeige<sup>2</sup>, dass sich die Konzentration des Wirkstoffs im Blut mit den obigen Angaben durch die Funktion

$$f(x) = x^3 - 24x^2 + 144x$$

<sup>1</sup> Überlege einfach, um welche Art von Fläche es sich handelt, dann sollte es einfach sein!

<sup>2</sup> Das notwendige Gleichungssystem muss aufgestellt werden, kann aber mit dem GTR gelöst werden.

berechnen lässt, wobei  $x$  die Anzahl der Stunden nach Einnahme des Medikaments angibt und  $f(x)$  die Konzentration des Medikaments im Blut in mg/l.

Sollte die Teilaufgabe nicht gelöst werden können, soll für die weiteren Teilaufgaben mit der obigen Funktion weiter gearbeitet werden.

- b) Zeige durch Berechnung, dass die Funktion außer den beiden angegebenen Nullstellen, keine weiteren Nullstellen besitzt.
- c) Bestimme den Zeitpunkt, an dem die Konzentration des Wirkstoffs im Blut am stärksten abnimmt.
- d) Die Studie hat weiter ergeben, dass das Medikament nur dann wirksam ist, wenn die Konzentration des Wirkstoffs im Blut mindestens 20mg/l beträgt. Bestimme den Zeitraum, innerhalb dessen das Medikament wirkt.
- e) Begründe, dass sich die Funktion nach 12 Stunden nicht mehr zur Beschreibung der Wirkstoffkonzentration im Blut eignen kann.