

Bearbeitungszeit: 30 min.

Erinnerung an die Operatoren:

Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme/Ermittele bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A1. Gegeben ist die Funktion $f(x)$ durch die Gleichung:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 5$$

Gib zu dieser Funktion die ersten drei Ableitungsfunktionen und eine Stammfunktion an.

A2. Eine Funktion 2. Grades hat bei $x = 1$ eine Nullstelle und im Punkt $(2/1)$ einen Hochpunkt.

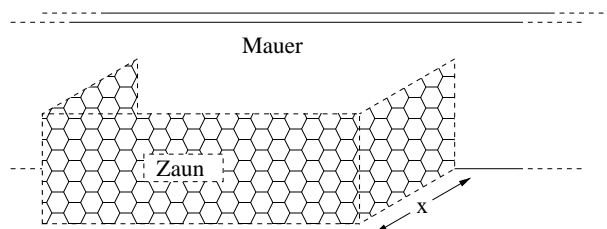
- a) Stelle das Gleichungssystem auf, mit dem die Funktionsgleichung der obigen Funktion berechnet werden kann und zeige durch Lösung dieses Gleichungssystems, dass

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

die obigen Bedingungen erfüllt.

- b) Beschreibe die Form des Funktionsgraphen.
c) Berechne alle Nullstellen dieser Funktion.
d) Zwischen den Nullstellen schließt der Graph der Funktion eine Fläche mit der x -Achse ein. Berechne den Flächeninhalt dieser Fläche.

A3. Mit einem insgesamt 20m langen Zaun soll an einer Mauer ein rechtwinkliges Gehege abgesteckt werden, dessen 'Tiefe' x Meter betragen soll.



- a) Gib an, zwischen welchen beiden Werten der Wert von x liegen kann¹.
b) Begründe, dass mit der Funktion

$$A(x) = x \cdot (20 - 2x)$$

die Fläche des Geheges für jede (sinnvolle) Wahl von x berechnet werden kann.

- c) Berechne, für welchen Wert von x die Fläche des Geheges maximal, gib für diesen Wert von x die Tiefe und Breite, sowie die Fläche des Geheges an.

¹ Auch wenn sich dadurch vielleicht ein etwas seltsames Gehege ergibt.

Hilfsmittelteil

Bearbeitungszeit: 105 min.

Erinnerung an die Operatoren:

Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme/Ermittle bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen.

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A4. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x$$

- Zeige mit einer Rechnung, dass diese Funktion nur zwei Nullstellen hat und gib diese an.
- Wählt man zwischen den beiden Nullstellen einen weiteren Wert u , dann bilden die beiden Nullstellen und der Punkt $(u/f(u))$ ein Dreieck².
Gib begründet an, welcher Wert (nicht Zahlwert!) für u verwendet werden muss, damit die Dreiecksfläche möglichst groß wird. (Fläche eines Dreiecks: $A = \frac{1}{2}g \cdot h$)
- Ermittle den Wert von u , für den die Fläche des Dreiecks maximal wird und gib diese Fläche an.

A5. Gegeben ist eine Funktion durch ihre Gleichung:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$$

- Gib an, was du über das Symmetrieverhalten des Funktionsgraphen sagen kannst.
- Gib in geeigneter Weise das Verhalten der Funktion 'im Unendlichen' an.
- Berechne alle Nullstellen der Funktion.
- Bestimme alle Hoch-, Tief- und Wendepunkte der Funktion.
- Der Graph der Funktion schließt mit der x -Achse eine Fläche ein. Bestimme die Größe dieser Fläche.

A6. Für den Zeitraum von 0:00 Uhr bis 12:00 Uhr gibt die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{100}(x^3 - 20x^2 + 96x)$$

den Zu- ($f(x) > 0$) oder Ablauf ($f(x) < 0$) zu einem Wasserbecken an.

x gibt dabei die Stunden nach 0:00 Uhr an und $f(x)$ die Menge an Wasser in m^3 , die zu einem Zeitpunkt in oder aus dem Becken fließen.

Um 0:00 Uhr befinden sich $13m^3$ Wasser in dem Becken.

- Gib alle Nullstellen der Funktion an.
- Beschreibe in Worten die Bedeutung der Nullstelle $x = 8$ im Sachzusammenhang.
- Bestimme den Zeitpunkt, an dem am meisten Wasser aus dem Becken **abfließt**.
- Bestimme den Zeitpunkt, an dem der Zufluss an Wasser in das Becken am stärksten **abnimmt**.
- Gib den Wert von

$$\int_0^{12} f(x) dx$$

an und interpretiere das Ergebnis im Sachzusammenhang.

- Bestimme die Wassermenge im Becken um 12:00 Uhr.

² Tipp: Sieh dir den Funktionsgraphen der Funktion im GTR an!