Jgst.13/I 1.Klausur 19.9.2001

A1. Gegeben sind eine Ebene und eine Gerade durch die Gleichungen:

$$g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + \nu_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bestimme die gegenseitige Lage der Geraden und der Ebene. Wenn sich die Gerade und die Ebene schneiden, dann bestimme auch den Schnittpunkt.

A2. Gegeben ist eine Ebene (e_2) durch die Punkte $A(5/0/3)$, $B(3/2/1)$ und $C(4/1/2)$.

a) Bestimme eine Gleichung der Ebene. (Anmerkung: Sollte die Aufgabe a) nicht gelöst werden, dann sind die folgenden Aufgaben mit der Ebene e_1 aus Aufgabe A1 zu rechnen).

b) Wie liegt die Ebene aus Aufgabe a) zu der Ebene, die durch die folgende Gleichung gegeben ist (Ortsvektor ist der Nullvektor!)? Wenn die Ebenen sich schneiden, dann bestimme die Schnittgerade.

$$e_3 : \vec{x} = \lambda_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu_3 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) Wie liegt die Ebene aus Aufgabe a) zu der Ebene, die durch die folgende Gleichung gegeben ist (Ortsvektor ist der Nullvektor!)? Wenn die Ebenen sich schneiden, dann bestimme die Schnittgerade.

$$e_3 : \vec{x} = \lambda_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu_3 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A3. Berechne das Skalarprodukt der folgenden Vektorpaare:

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

A4. Wie lang sind die folgenden Vektoren:

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$

A5. Welchen Winkel schließen die folgenden Vektorenpaare ein?

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

A6. Bestimme einen Normalenvektor zu der Ebene:

$$e : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A7. Gegeben sind die folgende Gerade und die die folgende Ebene:

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad e : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Weise nach, daß die Gerade parallel zur Ebene liegt.

b) Bestimme den Abstand der Geraden von der Ebene (Hinweis: Da alle Punkte der Geraden den gleichen Abstand zur Ebene haben, muß nur der Abstand eines Punktes der Geraden von der Ebene bestimmt werden.

Jgst.13/I 1.Klausur 5.11.2001

A1. Gegeben ist eine Ebene (e_1) durch die Punkte $A(3/2/1)$, $B(2/2/0)$ und $C(0/1/0)$.

a) Bestimme eine Gleichung der Ebene.

b) Wie liegt die Ebene aus Aufgabe a) zu der Ebene, die durch die folgende Gleichung gegeben ist (Ortsvektor ist der Nullvektor!)? Wenn die Ebenen sich schneiden, dann bestimme die Schnittgerade, liegen sie parallel, dann bestimme den Abstand der beiden Ebenen.

$$e_2 : \vec{x} = \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) Wie liegt die Ebene aus Aufgabe a) zu der Ebene, die durch die folgende Gleichung gegeben ist (Ortsvektor ist der Nullvektor!)? Wenn die Ebenen sich schneiden, dann bestimme die Schnittgerade, liegen sie parallel, dann bestimme den Abstand der beiden Ebenen.

$$e_3 : \vec{x} = \lambda_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A2. Berechne das Skalarprodukt der folgenden Vektorpaare:

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

A3. Wie lang sind die folgenden Vektoren:

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix}$

A4. Welchen Winkel schließen die folgenden Vektorenpaare ein?

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

A5. Bestimme einen Normalenvektor zu der Ebene:

$$e : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A6. Gegeben ist ein Punkt $A(2/1/2)$ und ein Punkt $P(5/5/5)$. Bestimme das Bild des Punktes A in der xy-Ebene ausgehend vom Projektionszentrum P (Zentralprojektion).