

Lösungen als PDF-Datei unter

<http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/13/13index.php4>

- A1. Aus einer Urne mit 50 gleichartigen Kugeln, die mit 1...50 beschriftet sind, wird zufällig eine Kugel gezogen. Gib zu den folgenden Ereignissen die Ergebnismenge und die Wahrscheinlichkeit an.

E_1 : Die Nummer ist durch 9 teilbar.

E_2 : Die Nummer enthält die Ziffer 3.

E_3 : Die Nummer ist eine einstellige Zahl.

Lösung:

Es gilt:

$$E_1 = \{9; 18; 27; 36; 45\} \quad P(E_1) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

$$E_2 = \{3; 13; 23; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 43\} \quad P(E_2) = \frac{14}{50} = \frac{7}{25}$$

$$E_3 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \quad P(E_3) = \frac{9}{50}$$

- A2. Zwei Glücksräder mit je 10 gleichgroßen Sektoren, die jeweils von 0 bis 9 numeriert sind, werden gleichzeitig gedreht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für:

E_1 : Die Punktschme ist genau 9.

E_2 : Pasch (zwei gleiche Punktzahlen).

E_3 : Die Punktschme ist mindestens 7 und höchstens 15.

Lösung:

Am einfachsten zeichnet man sich ein Diagramm der Punktschmen:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Hieraus können die Lösungen einfach abgelesen werden.

$$P(E_1) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$P(E_2) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$P(E_3) = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}$$

- A3. Ein Würfel wird zweimal geworfen. Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis, daß der erste oder der zweite Wurf

E_1 : die Augenzahl 6 zeigt?

E_2 : eine Augenzahl größer als 4 zeigt?

Lösung:

$$\begin{aligned} P(E_1) &= P(1.W = 6 \cup 2.W = 6) - P(1.W = 6 \cap 2.W = 6) \\ &= \frac{6+6}{26} - \frac{1}{36} \\ &= \frac{11}{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(E_2) &= P(1.W > 4 \cup 2.W > 4) - P(1.W > 4 \cap 2.W > 4) \\
&= \frac{12 + 12}{36} - \frac{4}{36} \\
&= \frac{20}{36}
\end{aligned}$$

A4. Formuliere jeweils das Gegenereignis:

E_1 : Bei fünffachem Wurf eines Würfels wird mindestens einmal "6" geworfen.

E_2 : Von 10 vorbeifahrenden Autos sind mindestens 6 rot.

E_3 : Von allen Mädchen im Kurs haben genau zwei die Note "sehr gut".

Lösung:

\bar{E}_1 : Bei fünf Würfeln wird nie die "6" geworfen.

\bar{E}_2 : Von 10 vorbeifahrenden Autos sind höchstens fünf rot.

\bar{E}_3 : Es haben nur ein, oder mindestens drei Mädchen die Note "sehr gut".

A5. In einer Urne sind 100 gleichartige Kugeln mit den Nummern von 1 bis 100. Eine Kugel wird zufällig gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß

E_1 : die Zahl weder durch 2 noch durch 3 teilbar ist?

E_2 : die Zahl nicht durch 2 oder nicht durch 3 teilbar ist?

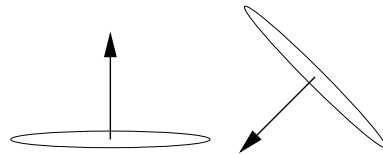
Lösung:

Es gibt in der Zahlenmenge 50 Zahlen, die durch 2 teilbar sind, 33, die durch 3 teilbar sind und 16, die durch sechs teilbar sind.

\bar{E}_1 : Die Zahl ist durch 2 oder durch 3 teilbar, also $P(\bar{E}_1) = \frac{50}{100} + \frac{33}{100} - \frac{16}{100} = \frac{67}{100}$ und daher $P(E_1) = 1 - \frac{67}{100} = \frac{33}{100}$

\bar{E}_2 : Die Zahl ist durch sechs teilbar (Doch wirklich!!!). Es ist daher $P(\bar{E}_2) = \frac{16}{100}$ und damit $P(E_2) = 1 - \frac{16}{100} = \frac{84}{100}$

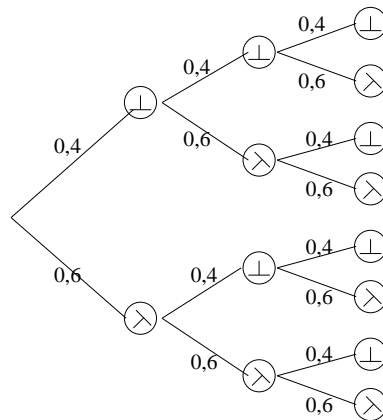
A6. Wirft man eine Heftzwecke, dann liegt diese mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 auf dem Kopf und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,6 auf Kopf und Spitze.



- Zeichne ein Baumdiagramm für das dreifache Werfen einer Heftzwecke.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Heftzwecke dreimal in derselben Lage liegen bleibt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Heftzwecke genau zweimal auf dem Kopf liegen bleibt?

Lösung:

a)

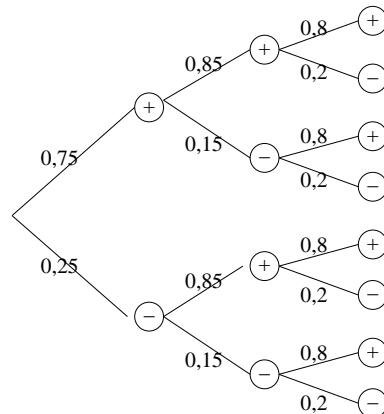


- $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,064 + 0,216 = 0,28$
- $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 3 \cdot 0,096 = 0,288$

A7. In einer Porzellanfabrik werden die Waren auf Form, Farbe und Oberfläche geprüft. Erfahrungsgemäß passieren 75% die Formkontrolle, 85% die Farbkontrolle und 80% die Oberflächenkontrolle ohne Beanstandung. Werden alle Kontrollen ohne Beanstandung durchlaufen, gilt der Artikel als erste Wahl, fallen sie in nur einer der drei Prüfungen durch, gilt er als zweite Wahl. Alle Artikel, die bei mehr als einer Kontrolle durchgefallen sind, gelten als Ausschuß.

Zeichne ein Baumdiagramm der Kontrollen und gib an mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Artikel 1. Wahl ist und mit welcher er 2. Wahl ist.

Lösung:



Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Artikel erste Wahl ist, beträgt: $0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 0,51$. Dafür, daß er zweite Wahl ist: $0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,2 + 0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,8 + 0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = 0,3875$

A8. Berechne jeweils und gib an, nach welchem Modell (Ziehen aus einer Urne, mit/ohne Zurücklegen, auf einen Griff) die Aufgabe zu rechnen ist:

- Auf wieviele verschiedene Arten kann man 10 Bücher nebeneinander in ein Bücherregal stellen?
- Morsezeichen bestehen aus einem bis fünf kurzen oder langen Signalen. Wieviele Zeichen kann man damit kodieren?
- Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten werden zufällig vier Karten gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß es vier Assen sind?

Lösung:

- Diese Aufgabe entspricht dem Ziehen von 10 Kugeln aus einer Urne mit zehn Kugeln, ohne Zurücklegen. Daher gibt es $10! = 3628800$ Möglichkeiten.
- Diese Aufgabe entspricht dem Ziehen mit Zurücklegen für 1 aus 2, 2 aus 2, 3 aus 2, 4 aus 2 und 5 aus 2. Die Anzahl der Möglichkeiten ist daher: $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$ Möglichkeiten.
- Um die Wahrscheinlichkeit berechnen zu können, muß zunächst berechnet werden, wieviele verschiedene Möglichkeiten es gibt vier Karten aus 32 mit einem Griff zu ziehen. Das sind: $\binom{32}{4} = \frac{32!}{28! \cdot 4!} = 35960$ Möglichkeiten. Da nur eine davon die Variante mit den vier Assen ist, ist die Wahrscheinlichkeit $P = \frac{1}{35960}$.

A9. In einem Kurs mit 25 Schülern werden 10 Karten verlost, wobei es durchaus möglich ist, daß mehr als eine Karte auf einen Schüler verlost wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß auf einen Schüler mehr als eine Karte entfällt?

Lösung:

Hier betrachte man zunächst das Gegenereignis, daß jeder Schüler, der gewinnt, nur eine Karte bekommt. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist:

$$\begin{aligned}
 P(\bar{E}) &= \frac{25}{25} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{16}{25} \\
 &= \frac{25 \cdot 24 \cdot \dots \cdot 16}{25^{10}} \\
 &= \frac{1,1862 \cdot 10^{13}}{9,5367 \cdot 10^{13}} \\
 &= 0,1244
 \end{aligned}$$

Damit läßt sich nun die eigentlich gesuchte Wahrscheinlichkeit berechnen zu: $P(E) = 1 - 0,1244 = 0,8756$.