

A1. Der Unternehmer Rainer Afke betreibt mit seiner Firma **RMA! Ltd.** ein Call-Center. Im Laufe der Jahre hat sich herausgestellt, dass 70% seiner Kunden mit der Beratungsqualität seiner Firma zufrieden sind.

Nun plant R.Afke seine Mitarbeiter zu testen. Er legt im Vorhinein fest, dass Mitarbeiter, bei denen nur 60% (oder weniger) Kunden zufrieden sind als '*schlechte*' Mitarbeiter, diejenigen, bei denen 70% zufrieden sind als '*durchschnittliche*' und die, bei denen sogar 80% der Kunden zufrieden sind, als '*gute*' Mitarbeiter eingestuft werden sollen.

Für die Untersuchung will R.Afke so viele Kundenrückmeldungen abwarten, bis er von jedem Mitarbeiter 70 Rückmeldungen hat.

- a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein durchschnittlicher Mitarbeiter bei seinen 70 Rückmeldungen genau 51 positive Rückmeldungen erhält.
- b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem schlechten Mitarbeiter mindestens 40 positive Rückmeldungen erfolgen.
- c) Bestimme für einen guten Mitarbeiter den Erwartungswert, die Standardabweichung und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sein Ergebnis im Intervall  $[\mu - 1.5\sigma; \mu + 1.5\sigma]$  liegt.
- d) Beschreibe nun für die obige Testsituation die Nullhypothese und eine Entscheidungsregel wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0.05$  betragen soll.
- e) Der Mitarbeiter Gerd Rissen ist ein schlechter Mitarbeiter. Durch Bestechung gelingt es ihm, dass er 43 positive Rückmeldungen erhält. Beschreibe die Situation im Sachzusammenhang.
- f) Susy Blond ist eine hervorragende Mitarbeiterin, die normalerweise 80% positive Rückmeldungen erhält. Am Testtag war sie aber schlecht drauf und erhielt nur 55 positive Rückmeldungen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie ein Ergebnis aus dem Annahmebereich des Tests erreichte.  
Verwende als Annahmebereich der Hypothese das Intervall:  $[42; 56]$
- g) Mitarbeiter Otto Normal ist ein durchschnittlicher Mitarbeiter. Am Testtag erhält er 58 positive Rückmeldungen. Beschreibe die Situation im Sachzusammenhang.

A2. Die Stadt Düren plant ein neues Projekt für Bürger mit Migrationshintergrund. Da das Projekt sehr teuer ist müsste parallel zur Umsetzung ein städtischer Kindergarten geschlossen werden, was aber aus Sicht der Ratsfrauen und -herren, wegen des demographischen Wandels hingenommen werden kann. Daher rechnet der Rat der Stadt Düren mit einer Ablehnung des Projekts durch höchstens 20% der Bevölkerung.

Eine Bürgerinitiative für den Erhalt des Kindergartens geht davon aus, dass wesentlich mehr als 20% der Bevölkerung gegen das städtische Projekt sind. Um ihrer Bürgerinitiative mehr Gewicht zu verleihen, planen die Initiative eine Umfrage unter der Dürener Bevölkerung, bei der 70 Bürger befragt werden sollen.

- a) Wie groß ist der Erwartungswert für diese Umfrage, wenn man von einer Ablehnung durch 20% der Bevölkerung ausgeht?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 70 Befragten mindestens 12 und höchstens 17 Befragte das Projekt ablehnen?
- c) Welche Hypothese müsste aus Sicht der Stadt und welche aus Sicht der Bürgerinitiative getestet werden?
- d) Beschreibe eine Entscheidungsregel für die Bürgerinitiative, wenn du von einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 0.05$  ausgehst. Überprüfe dazu die Laplace-Bedingung und entscheide dein weiteres Vorgehen nach dem Ergebnis.
- e) Wie sieht, unter sonst gleichen Bedingungen die Entscheidungsregel für die Stadt Düren aus.
- f) Geh davon aus, dass für die Bürgerinitiative die Befragung als Erfolg angesehen wird, wenn mindestens 19 Befragte sich negativ über das Projekt äußern und dass sie von der Stadt als Erfolg gewertet wird, wenn höchstens 8 Befragte sich gegen das Projekt aussprechen. Beschreibe die Situation, wenn das tatsächliche Ergebnis zwischen diesen Werten liegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Ausgang?  
Entscheide aufgrund des Ergebnisses, ob die Befragung für dich sinnvoll erscheint.

Tabelle für die kummulierte Wahrscheinlichkeit bei  $n = 70$ 

$k$	p=0.1	p=0.2	p=0.3	p=0.6	p=0.7	p=0.8
0	.0006	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0054	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0241	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
3	.0712	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
4	.1587	.0007	.0000	.0000	.0000	.0000
5	.2872	.0027	.0000	.0000	.0000	.0000
6	.4418	.0079	.0000	.0000	.0000	.0000
7	.5988	.0200	.0000	.0000	.0000	.0000
8	.7362	.0437	.0002	.0000	.0000	.0000
9	.8414	.0845	.0006	.0000	.0000	.0000
10	.9127	.1467	.0018	.0000	.0000	.0000
11	.9559	.2316	.0046	.0000	.0000	.0000
12	.9795	.3360	.0105	.0000	.0000	.0000
13	.9912	.4524	.0217	.0000	.0000	.0000
14	.9965	.5708	.0412	.0000	.0000	.0000
15	.9987	.6814	.0725	.0000	.0000	.0000
16	.9995	.7764	.1186	.0000	.0000	.0000
17	.9998	.8519	.1814	.0000	.0000	.0000
18	.9999	.9074	.2606	.0000	.0000	.0000
19		.9454	.3535	.0000	.0000	.0000
20		.9696	.4550	.0000	.0000	.0000
21		.9841	.5586	.0000	.0000	.0000
22		.9921	.6574	.0000	.0000	.0000
23		.9963	.7459	.0000	.0000	.0000
24		.9983	.8201	.0000	.0000	.0000
25		.9993	.8786	.0000	.0000	.0000
26		.9997	.9220	.0000	.0000	.0000
27		.9999	.9524	.0002	.0000	.0000
28			.9723	.0005	.0000	.0000
29			.9847	.0012	.0000	.0000
30			.9920	.0027	.0000	.0000
31			.9960	.0056	.0000	.0000
32			.9981	.0108	.0000	.0000
33			.9991	.0199	.0000	.0000
34			.9996	.0346	.0001	.0000
35			.9998	.0574	.0003	.0000
36			.9999	.0906	.0008	.0000
37				.1364	.0018	.0000
38				.1960	.0039	.0000
39				.2694	.0079	.0000
40				.3547	.0152	.0000
41				.4483	.0276	.0000
42				.5452	.0475	.0000
43				.6399	.0779	.0002
44				.7271	.1213	.0006
45				.8027	.1798	.0016
46				.8643	.2540	.0036
47				.9114	.3425	.0078
48				.9454	.4413	.0158
49				.9682	.5449	.0303
50				.9826	.6464	.0545
51				.9910	.7393	.0925
52				.9957	.8185	.1480

53	.9980	.8813	.2235
54	.9992	.9274	.3185
55	.9996	.9587	.4291
56	.9998	.9782	.5475
57	.9999	.9894	.6639
58		.9953	.7683
59		.9981	.8532
60		.9993	.9154
<hr/>			
61		.9997	.9562
62		.9999	.9799
63			.9920
64			.9972
65			.9992
66			.9998
67			.9999

$k$	p=0.1	p=0.2	p=0.3	p=0.6	p=0.7	p=0.8
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Tabelle für die verschiedenen Sigmaumgebungen unter der Voraussetzung, dass die Laplace-Bedingung erfüllt ist:

$[\mu - \sigma; \mu + \sigma] : 0.683$	$[\mu - 1.64\sigma; \mu + 1.64\sigma] : 0.90$
$[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma] : 0.954$	$[\mu - 1.96\sigma; \mu + 1.96\sigma] : 0.95$
$[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma] : 0.997$	$[\mu - 2.58\sigma; \mu + 2.58\sigma] : 0.99$