

Erinnerung an die Operatoren:

Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen (auch 'Zeige').

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A1. Berechne!

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{b)} & \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{c)} & \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \text{d)} & \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} & \text{e)} & \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{f)} & \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \end{array}$$

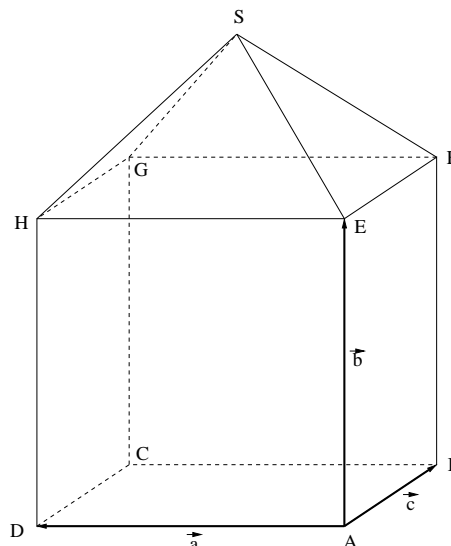
A2. Larissa und Fritz¹ streiten sich. Fritz behauptet, dass mit der Gleichung:

$$\vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

eine Gerade gegeben ist, während Larissa der Ansicht ist, dass zu einer Geraden(gleichung) der Ortsvektor fehlt.

Gib begründet an, wer von den beiden recht hat.

A3. Ein Haus besteht aus einem Würfel mit einer aufgesetzten Pyramide. Die Höhe der Pyramide ist dabei genau halb so hoch, wie die des Würfels.



Beschreibe mit den Vektoren $\vec{a} = \vec{AD}$, $\vec{b} = \vec{AE}$ und $\vec{c} = \vec{AB}$ die Strecken von:

- A nach C
- F nach D
- E nach S
- Von den folgenden Punkten sind die Koordinaten bekannt: C(0/0/0), A(10/0/10), F(10/10/0).
Gib die Koordinaten von S an!

¹ Jede Ähnlichkeit mit tatsächlich lebenden Personen wäre **rein** zufällig und nicht beabsichtigt!

A4. Weise rechnerisch nach, dass die Gerade

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

die Ebene

$$e : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

durchstößt und gibt den Durchstoßpunkt an.

Hilfsmittelteil

Bearbeitungszeit: 135 min.

Erinnerung an die Operatoren:

Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen (auch '**Zeige**').

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A5. Gib jeweils die Gleichung an, einer

- a) Geraden durch die Punkte A(1/2/3) und B(2/2/1).
- b) Ebene in der die Punkte A(2/2/1), B(1/0/0) und C(2/1/1) liegen.

A6. Bestimme jeweils die gegenseitige Lage der beiden angegebenen 'Objekte'!²

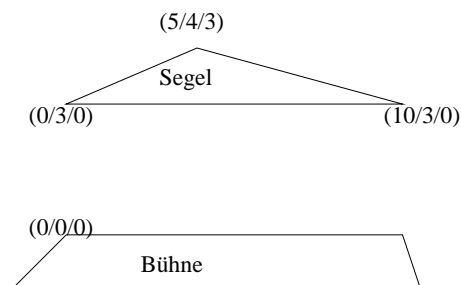
- a) $P(-4/2/8)$ und $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- b) $P(4/5/3)$ und $e : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- c) $g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- d) $g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
- e) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $e : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

A7. Zeige jeweils rechnerisch, ob

- a) die Punkte A(4/-1/3), B(2/1/3) und C(1/4/3) auf einer Linie liegen.
- b) die Punkte A(1/3/3), B(-1/1/3), C(5/3/-1) und D(0/1/2) in einer Ebene liegen.

Tipp: Mache aus den Punkten bis auf einen jeweils ein 'Objekt' und prüfe dann, ob sich der verbliebene Punkt auf dem 'Objekt' befindet.

A8. Nachdem nun endlich wieder Konzerte erlaubt sind, soll im Würselener Stadt³park eine Bühne aufgebaut werden. Die Bühne ist 10m breit und über der Bühne soll ein dreieckiges Tuch als Sonnenschutz aufgehängt werden⁴.



Am oberen Aufhängungspunkt des Segel mit den Koordinaten (5/4/3) wird außerdem ein Scheinwerfer aufgehängt, der in Richtung $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -0,5 \end{pmatrix}$ ausgerichtet ist.

² Es reicht die gegenseitige Lage. Sollte sich ein Schnitt-/Durchstoßpunkt ergeben, soll dieser nicht berechnet werden!

³ Hi, hi!

⁴ Die Skizze ist perspektivisch verzerrt!

- a) Bestimme die Koordinaten des Punkts am Boden der Bühne, den der Scheinwerfer bestrahlt.
b) Bestimme den Punkt auf dem Boden der Bühne, an dem der Musiker stehen sollte, damit sein 1,70m hoher Kopf voll angestrahlt wird.
- A9. In der folgenden Aufgabe haben die Elemente der verwendeten Vektoren die folgende Bedeutung:

- Das 1. Element gibt die Entfernung eines Punktes in Nord-Süd-Richtung (N=+, S=-) in Kilometern von einem fiktiven Koordinatenursprung aus an.
- Das 2. Element gibt die Entfernung in Ost-West-Richtung (O=+, W=-) an.
- Das 3. Element gibt die Höhe in Metern über dem Meeresspiegel an.

Ein Schiff auf dem Meer befindet sich am Punkt $(20/30/0)$ und bewegt sich entlang des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ auf einen Hafen zu.

Ein weiteres Schiff fährt durch einen Kanal auf den gleichen Hafen zu. Es befindet sich am Punkt $(25/24/4)$ und bewegt sich entlang des Vektors: $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- a) Zeige, dass der Hafen die Koordinaten $(25/20/0)$ hat.
b) Beschreibe begründet die geographische Lage des Hafens.