

5. Semester
Mathematik GK Cremer
Hilfsmittelfreier Teil

2. Klausur

31.5.2022

Bearbeitungszeit: 45 min.

Erinnerung an die Operatoren:

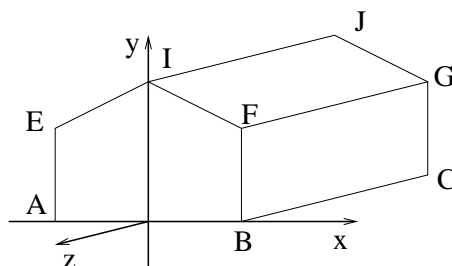
Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme/Ermittle bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen (auch 'Zeige').

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

A1. Von einem Haus, wie es in der Abbildung gezeigt wird



sind die Koordinaten der folgenden Punkte bekannt: $A(-4/0/0)$, $C(4/0/-10)$, $G(4/3/-10)$ und $I(0/5/0)$.

Gib die Koordinaten der Punkte E und J an.

A2. Berechne jeweils

a) die Länge des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) den Wert von x so, dass die Länge des Vektors $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ x \end{pmatrix}$ gleich 5 ist (Eventuell mehr als eine Lösung!)

c) den Wert von x so, dass die Vektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 2 \end{pmatrix}$ aufeinander senkrecht stehen.

A3. Gegeben sind die Punkte $A(1/2/1)$, $B(2/3/1)$, $C(0/3/5)$ und $D(1/4/5)$.

a) Zeige durch eine Rechnung, dass die vier Punkte A , B , C und D in einer Ebene liegen. Bilde dazu aus drei Punkten eine Ebenengleichung und weise nach, dass auch der vierte Punkt in dieser Ebene liegt.

b) Weise rechnerisch nach, dass die vier Punkte darüber hinaus auch ein Rechteck bilden. Zeige dazu, dass die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind und dass mindestens einer der Innenwinkel ein rechter Winkel ist.

c) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks.

A4. Ein Flugzeug befindet sich am Punkt $(-1/0/1)$ und bewegt sich pro Stunde einmal entlang des

Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Ein anderes Flugzeug befindet sich am Ort $(4/2/-5)$ und bewegt sich pro Stunde

einmal entlang des Vektors $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Überprüfe, ob sich die Flugwege der Flugzeuge schneiden und ob die beiden Flugzeuge sich treffen.

Hilfsmittelteil

Bearbeitungszeit: 135 min.

Erinnerung an die Operatoren:

Gib an bedeutet, dass nur das Ergebnis angegeben werden muss.

Bestimme/Ermittle bedeutet, dass der Ansatz und das Ergebnis angegeben sein müssen (auch 'Zeige').

Berechne bedeutet, dass der Rechenweg und das Ergebnis erkennbar sein müssen.

Begründe bedeutet (auch im Zusammenhang mit anderen Formulierungen), dass keine Rechnung erforderlich ist, sondern eine Textantwort.

- A5. Bestimme jeweils die Winkel zwischen den beiden angegebenen Vektoren

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- A6. In der letzten Aufgabe des hilfsmittelfreien Teils¹ flogen zwei Flugzeuge entlang der Wege:

$$g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Berechne den Schnittwinkel der beiden Fluglinien²

- A7. Gegeben sind die vier Punkte $A(1/1/2)$, $B(2/2/1)$, $C(2/0/1)$ und $D(-1/0/-2)$.

Berechne die Mittelpunkte der vier Seiten des Vierecks $ABCD$ und zeige, dass sie ein Parallelogramm bilden.

- A8. Fritz³ fährt täglich von seinem Wohnort W mit seinem Fahrrad zur Schule S . Da sein Unterricht um 7:30 Uhr beginnt, fährt er immer um 6:45 Uhr von zu Hause aus los. Er fährt dabei immer mit einer konstanten Geschwindigkeit von 22 km/h

- Berechne wie lang Fritz normalerweise von seinem Wohnort bis zur Schule unterwegs ist?
- Wegen eines Unfalls ist an einem Tag der direkte Weg versperrt und Fritz muss von W über A und B nach S fahren. Berechne die neue Streckenlänge und überprüfe, ob Fritz auch an dem Tag pünktlich zur Schule kommt.

Die Koordinaten der angegebenen Orte sind: $W(1/1)$, $S(8/9)$, $A(9.5/6)$ und $B(10/8)$.

Alle Angaben sind in Kilometern und man kann davon ausgehen, dass alle Straßen zwischen den Orten Geraden sind.

- A9. Die Orte Astadt $(5/10/1)$, Bdorf $(-3/2/1)$ und Ckaff $(10/2/1)$ liegen an den angegebenen Koordinaten in einer Ebene. Ein Flugzeug befindet sich an der Stelle $(20/6.4/23)$ und folgt einem Kurs,

der sich als $\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$ beschreiben lässt.

Wenn du davon ausgehst, dass der Flugplatz, dem sich das Flugzeug nähert, in der Nähe einer der drei obigen Orte liegt, dann ermittle den Ort, bei dem der Flughafen liegt.

¹ Den du allerdings schon abgegeben hast, hi, hi!

² Dass sie sich treffen, hast du ja wohl hoffentlich schon gerade ausgerechnet!

³ Nicht der aus der letzten Klausur!