UIII 6.Klassenarbeit 24.6.2004

Lösungen als PDF-Datei unter: http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/8/8index.php4

A1. Das Dreifache des Winkels an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks ist um 20° kleiner als das Doppelte der Basiswinkelsumme. Berechne die Winkel des Dreiecks.

Lösung:

Gesucht sind die Basiswinkel und der Spitzenwinkel eines gleichschenkligen Dreiecks. Diese seinen b und s.

$$\begin{array}{lrcl}
I & 3s+20 & = & 4b \\
II & s+2b & = & 180 \\
\multicolumn{4}{l}{II \text{ nach } s} \\
 & s & = & 180-2b \\
\multicolumn{4}{l}{s \text{ in } I} \\
 & 3(180-2b) & = & 4b \\
 & 540-6b & = & 4b \\
 & 540 & = & 10b \\
 & 54 & = & b \\
\multicolumn{4}{l}{b \text{ in } II} \\
 & s & = & 180-2\cdot 54 \\
 & s & = & 72
\end{array}$$

Der Spitzenwinkel ist 72° groß und die Basiswinkel sind jeweils 54° groß.

A2. Ein Kaffeegeschäft verkauft drei Sorten Kaffee. Kauft man von jeder Sorte ein Pfund, dann muß man 37€ bezahlen. Die mittlere Sorte ist zwanzig Prozent teuerer als die preiswerteste Sorte, die teuerste Sorte ist halb so teuer, wie das Dreifache der preiswertesten Sorte. Wie teuer sind die drei Sorten Kaffee?

Lösung:

Gesucht werden die Preise der drei Kaffeesorten. Diese seinen p, m und t.

$$\begin{array}{lrcl}
I & p+m+t & = & 37 \\
II & p+\frac{20}{100}p & = & m \\
III & 2t & = & 3p \\
\multicolumn{4}{l}{II \text{ und } III \text{ können sofort in } I \text{ eingesetzt werden}} \\
 & p+p+\frac{20}{100}p+\frac{3}{2}p & = & 37 \\
 & 10p+10p+2p+15p & = & 370 \\
 & 37p & = & 370 \\
 & p & = & 10 \\
\multicolumn{4}{l}{p \text{ eingesetzt in } I \text{ und } II} \\
 & 10+\frac{20}{100}10 & = & m \\
 & 12 & = & m \\
 & 2t & = & 3\cdot 10 \\
 & t & = & 15
\end{array}$$

Die preiswerteste Sorte kostet 10€ das Pfund, die mittlere 12€ und die teuerste Sorte 15€ das Pfund.

A3. Vereinfache die folgenden Bruchterme soweit wie möglich. Führe dazu die angegebene Rechenoperation durch und fasse zusammen.

a) $\frac{3a-4}{a-3}+\frac{5-2a}{a-3}$ b) $\frac{2x}{2x+4y}+\frac{2y}{x+2y}$

c) $\frac{x+2}{4y^2}\cdot\frac{-12y^3}{3x+6}$ d) $\frac{4a^2-9}{16a^2-25}\div\frac{2a+3}{16a+20}$

Lösung:

$$
\begin{array}{llcl}
\text{a)} & \frac{3a-4}{a-3}+\frac{5-2a}{a-3} & = & \frac{3a-4+5-2a}{a-3} \\
 & & = & \frac{a+1}{a-3} \\
\text{b)} & \frac{2x}{2x+4y}+\frac{2y}{x+2y} & = & \frac{2x}{2(x+2y)}+\frac{2y}{x+2y} \\
 & & = & \frac{x}{x+2y}+\frac{2y}{x+2y} \\
 & & = & \frac{x+2y}{x+2y} \\
\text{c)} & \frac{x+2}{4y^2}\cdot\frac{-12y^3}{3x+6} & = & \frac{x+2}{4y^2}\cdot\frac{-12y^3}{3(x+2)} \\
 & & = & -y \\
\text{d)} & \frac{4a^2-9}{16a^2-25}\div\frac{2a+3}{16a+20} & = & \frac{(2a+3)(2a-3)}{(4a+5)(4a-5)}\cdot\frac{4(4a+5)}{2a+3} \\
 & & = & \frac{(2a-3)\cdot 4}{4a-5}
\end{array}
$$

A4. Eine Bruchgleichung (Gleichung mit Bruchtermen) löst man, indem man die Gleichung zunächst mit dem Hauptnenner multipliziert und dann die gekürzte Gleichung löst. Löse entsprechend:

$$\frac{2}{5x+15}=\frac{1}{10}$$

Lösung:
Der Hauptnenner ist $10(x+3)$. Multipliziert man die obige Gleichung damit und kürzt, dann ergibt sich:

$$4 = x+3$$
$$1 = x$$

Daher ist $\mathbb{L}=\{1\}$.