8b 5.Klassenarbeit 30.3.2007

Lösungen als PDF-Datei unter: http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/8/8index.html

A1. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen

a) $\frac{1}{5}x + \frac{2}{5} < \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{3}\right)$ b) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{7} > \frac{2}{5}\left(\frac{5}{6}x + 2\right)$

c) $\frac{1}{7}\left(\frac{7}{3}x + \frac{1}{2}\right) < 3\left(\frac{1}{9}x + \frac{1}{21}\right)$ d) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}x + 1\right) > x\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x\right)$

Lösung:

a)
$$\begin{aligned}
& & \tfrac{1}{5}x + \tfrac{2}{5} &< \tfrac{2}{3}\left(x - \tfrac{1}{3}\right)\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{1}{5}x + \tfrac{2}{5} &< \tfrac{2}{3}x - \tfrac{2}{9}\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{28}{45} &< \tfrac{7}{15}x\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{4}{3} &< x\\
& & \mathbb{L} &= \{x \in \mathbb{Q} | x > \tfrac{4}{3}\}
\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}
& & \tfrac{1}{3}x - \tfrac{1}{7} &> \tfrac{2}{5}\left(\tfrac{5}{6}x + 2\right)\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{1}{3}x - \tfrac{1}{7} &> \tfrac{1}{3}x + \tfrac{4}{5}\\
&\Leftrightarrow & -\tfrac{1}{2} &> \tfrac{4}{5}\\
& & \mathbb{L} &= \{\}
\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}
& & \tfrac{1}{7}(\tfrac{7}{3}x + \tfrac{1}{2}) &< 3(\tfrac{1}{9}x + \tfrac{1}{21})\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{14} &< \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{7}\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{1}{14} &< \tfrac{1}{7}\\
& & \mathbb{L} &= \mathbb{Q}
\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}
& & (\tfrac{1}{2}x - \tfrac{2}{3})(\tfrac{2}{3}x + 1) &> x(\tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{3}x)\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{1}{3}x^2 + \tfrac{1}{18}x - \tfrac{2}{3} &> \tfrac{2}{3}x + \tfrac{1}{3}x^2\\
&\Leftrightarrow & \tfrac{1}{18}x - \tfrac{2}{3} &> \tfrac{2}{3}x\\
&\Leftrightarrow & -\tfrac{11}{18}x &> \tfrac{2}{3}\\
&\Leftrightarrow & x &< -\tfrac{12}{11}\\
& & \mathbb{L} &= \{x \in \mathbb{Q} | x < -\tfrac{12}{11}\}
\end{aligned}$$

A2. Aus zwei Kaffeesorten zu 20,- € und 14,- € pro Kilo sollen 100kg Kaffe gemischt werden, so dass die Mischung 18,- € pro Kilogramm kostet. Wieviel von jeder Sorte ist zu nehmen?

Lösung:

Sei x die Menge des Kaffees, der 20,- € pro Kilo kostet.

$$\begin{aligned}
20x + 14(100 - x) &= 100 \cdot 18\\
6x + 1400 &= 1800\\
6x &= 400\\
x &= \frac{200}{3}
\end{aligned}$$

Von der ersten Sorte müssen $66\frac{2}{3}$kg genommen werden und von der zweiten Sorte $33\frac{1}{3}$kg.

A3. Bringe die folgenden Aussagen in Wenn-Dann-Form und formuliere dann auch die Umkehrung. Gib an, ob die Umkehrung wahr ist.

a) Jedes Viereck, bei dem sich die Diagonalen rechtwinklig halbieren, ist eine Raute.

b) In einem gleichschenkligen Dreieck ist eine Seitenhalbierende zugleich Mittelsenkrechte.

c) Die Diagonale in einem Quadrat bildet mit einer Seite einen 45° Winkel.

Lösung:

a) **Satz:** Wenn sich in einem Viereck die Diagonalen rechtwinklig halbieren, dann ist das Viereck eine Raute.
Umkehrung: Wenn ein Viereck eine Raute ist, dann halbieren sich seine Diagonalen rechtwinklig. (Wahr)

b) **Satz:** Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist, dann ist mindestens eine Seitenhalbierende auch die Mittelsenkrechte.
Umkehrung Wenn in einem Dreieck mindestens eine Seitenhalbierende auch Mittelsenkrechte ist, dann ist das Dreieck gleichschenklig. (Wahr)

c) bf Satz: Wenn ein Viereck ein Quadrat ist, dann bildet seine Diagonale mit der Seite einen 45° Winkel.

Umkehrung: Wenn die Diagonale eines Vierecks mit der Seite einen 45° Winkel bildet, dann ist das Viereck ein Quadrat. (Falsch)

A4. Beweise oder widerlege, dass die Summe von vier aufeinander folgender natürlicher Zahlen durch vier teilbar ist.

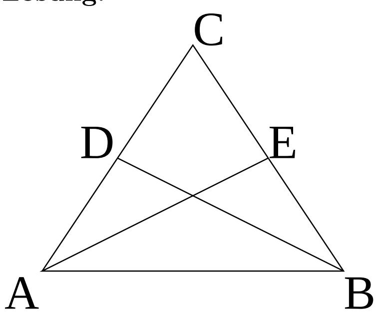
Lösung:
Die Aussage ist falsch, so ist z.B.:

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

nicht glatt durch vier teilbar.
q.e.d.

A5. Beweise, dass in einem gleichschenkligen Dreieck die Seitenhalbierenden der Schenkel gleich lang sind. Eine Seitenhalbierende ist eine Gerade von einem Eckpunkt zum Mittelpunkt der gegenüber liegenden Seite.

Lösung:



Die Dreiecke ABE und DAB sind kongruent, denn:

$$\begin{aligned} AB &= AB \text{ Die Seite liegt in beiden Dreiecken} \\ AD &= BE \text{ Die beiden Schenkel sind gleich lang und damit auch ihre Hälften} \\ \angle DAB &= \angle EBA \text{ Basiswinkelsatz für gleichschnklige Dreiecke} \end{aligned}$$

Nach dem Kongruenzsatz SWS sind die Dreiecke kongruent und damit auch die Seiten AE und BD gleich lang.
q.e.d.