

Lösungen als PDF-Datei unter: <http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/8/8index.html>

A1. Faktorisiere mit dem Verfahren der quadratischen Ergänzung

a) $x^2 + 2x - 8$ b) $2x^2 - 4x - 30$

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x^2 + 2x - 8 &= x^2 + 2x + 1 - 1 - 8 \\ &= (x + 1)^2 - 9 \\ &= (x + 1)^2 - 3^2 \\ &= (x + 1 + 3)(x + 1 - 3) \\ &= (x + 4)(x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 2x^2 - 4x - 30 &= 2[x^2 - 2x - 15] \\ &= 2[x^2 - 2x + 1 - 1 - 15] \\ &= 2[(x - 1)^2 - 16] \\ &= 2[(x - 1)^2 - 4^2] \\ &= 2[(x - 1 + 4)(x - 1 - 4)] \\ &= 2(x + 3)(x - 5) \end{aligned}$$

A2. Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 5x + 7 &= 3x - 6 \\ \text{b)} \quad 2x - (4 + 3x) &= 9 - 14x \\ \text{c)} \quad \frac{2}{3}(x - 5) - \frac{2}{3}(11 - 2x) &= x - 5\frac{1}{3} \\ \text{d)} \quad (x + 1)^2 - 11 &= (x + 2)^2 - 4(x + 2) \end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 4x + 7 &= 2x - 6 && | - 2x \\ \Leftrightarrow 2x + 7 &= -6 && | - 7 \\ \Leftrightarrow 2x &= -13 && | \div 2 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{13}{2} = -6,5 \\ \underline{\underline{L}} &= \left\{ -\frac{13}{2} \right\} \\ \text{b)} \quad 2x - (4 + 3x) &= 9 - 14x && | \text{ TU} \\ \Leftrightarrow 2x - 4 - 3x &= 9 - 14x && | + 14x \\ \Leftrightarrow 13x - 4 &= 9 && | + 4 \\ \Leftrightarrow 13x &= 13 && | \div 13 \\ \Leftrightarrow x &= 1 \\ \underline{\underline{L}} &= \{1\} \\ \text{c)} \quad \frac{2}{3}(x - 5) - \frac{2}{3}(11 - 2x) &= x - 5\frac{1}{3} && | \cdot 3 \\ \Leftrightarrow 2(x - 5) - 2(11 - 2x) &= 3x - 16 && | \text{ TU} \\ \Leftrightarrow 2x - 10 - 22 + 4x &= 3x - 16 && | \text{ TU} \\ \Leftrightarrow 6x - 32 &= 3x - 15 && | - 3x \\ \Leftrightarrow 3x - 32 &= -15 && | + 32 \\ \Leftrightarrow 3x &= 17 && \div 3 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{17}{3} \\ \underline{\underline{L}} &= \left\{ \frac{17}{3} \right\} \\ \text{d)} \quad (x + 1)^2 - 11 &= (x + 2)^2 - 4(x + 2) && | \text{ TU} \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 11 &= x^2 + 4x + 4 - 4x - 8 && | \text{ TU} \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - 10 &= x^2 - 4 && | - x^2 \\ \Leftrightarrow 2x - 10 &= -4 && | + 10 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 && | \div 2 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \\ \underline{\underline{L}} &= \{3\} \end{aligned}$$

A3. In 16 Jahren wird eine Mutter doppelt so alt wie ihre Tochter sein. Beide zusammen sind heute 40 Jahre alt. Wie alt sind die beiden?

Lösung:

Gesucht ist das Alter der Tochter, dieses sei t und das der Mutter: $40 - t$

$$\begin{array}{rcll} 2(t + 16) & = & 40 - t + 16 & | \text{TU} \\ \Leftrightarrow 2t + 32 & = & 56 - t & | + t \\ \Leftrightarrow 3t + 32 & = & 56 & | - 32 \\ \Leftrightarrow 3t & = & 24 & | \div 3 \\ \Leftrightarrow t & = & 8 & \end{array}$$

Die Tochter ist 8 Jahre alt und die Mutter ist 32 Jahre alt.

- A4. Ein Junge rechnet sich aus, dass er für das Geld in seiner Tasche 3 Eishörnchen kaufen kann und noch 15ec übrig behält. Leih er sich noch 5ec, dann kann er sich sogar 4 Eishörnchen für sich und seine Freunde leisten. Was kostet ein Eishörnchen?

Lösung:

Gesucht ist der Preis eines Eishörnchens. Dieser sei e .

$$\begin{array}{rcll} 3e + 15 & = & 4e - 5 & | - 3e \\ \Leftrightarrow 15 & = & e - 5 & | + 5 \\ \Leftrightarrow 20 & = & e & \end{array}$$

Ein Hörnchen kostet 20 Cent.