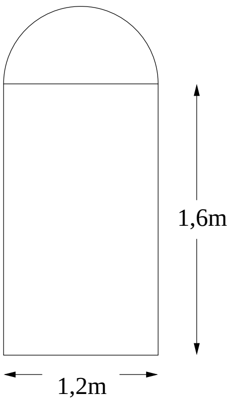
A1. Herr Müller legt 250€ zu einem Zinssatz von 3% an. Wieviel Geld hat Herr Müller nach 2 Jahren?
Lösung:
Herr Müller bekommt nach 2 Jahren von seiner Bank

$$250 \cdot 1.03^2 = 265.22 \text{ €}$$

A2. Berechne den Umfang und die Fläche des abgebildeten Fensters.



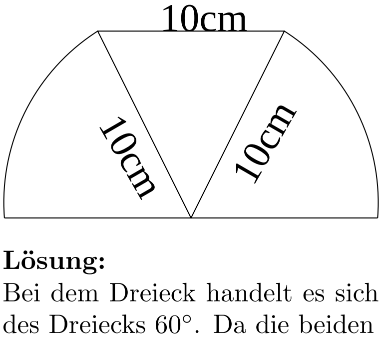
Lösung:
Umfang:
Der Umfang besteht aus den drei geraden Seiten und dem Halbkreis. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} U &= 1.2 + 1.6 + 1.6 + 2 \cdot 0.6 \cdot \pi \frac{180}{360} \\ &\approx 6.28 \text{ m} \end{aligned}$$

Die Fläche besteht aus einem Rechteck und einem Halbkreis, also:

$$\begin{aligned} A &= 1.2 \cdot 1.6 + 0.6^2 \pi \frac{180}{360} \\ &\approx 2.49 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

A3. Das folgende Werksstück wurde aus Kunststoff gefertigt. Wie schwer ist das Werkstück, wenn man davon ausgeht, dass ein Quadratzentimeter des Kunststoffs 2,3 Gramm wiegt? Gehe bei deiner Rechnung davon aus, dass das Dreieck in der Mitte eine Fläche von 86,6 cm^2 hat.



Lösung:
Bei dem Dreieck handelt es sich um ein gleichseitiges Dreieck. Daher sind alle Winkel innerhalb des Dreiecks 60°. Da die beiden Kreisausschnitte ebenfalls gleich groß sind, muss ihr Mittelpunktswinkel ebenfalls 60° ist. Damit lässt sich die Fläche berechnen:

$$\begin{aligned} A &= 10^2 \cdot \pi \cdot \frac{60}{360} \\ &\approx 52.36 \end{aligned}$$

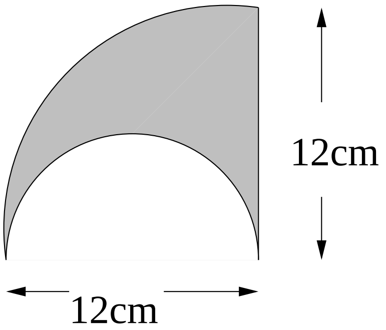
Da es zwei solcher Kreissektoren gibt, ist die Gesamtfläche:

$$2 \cdot 52.36 + 86.6 = 191.52$$

Da jeder Quadratzentimeter 2,3 Gramm wiegt, wiegt das gesamte Werkstück

$$191.52 \cdot 2.3 = 440.50 \text{ Gramm}$$

A4. Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Fläche.

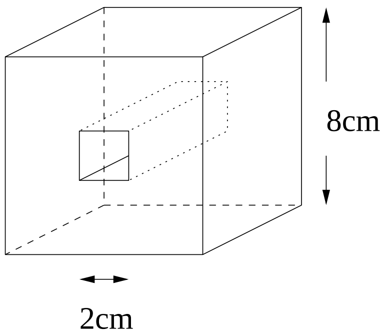


Lösung:
Die schraffierte Fläche besteht aus einem Viertelkreis mit Radius 12cm, aus dem ein Halbkreis mit Radius 6cm ausgeschnitten wurde. Damit berechnet sich die Fläche zu:

$$\begin{aligned} A &= 12^2 \cdot \pi \cdot \frac{90}{360} - 6^2 \cdot \pi \cdot \frac{180}{360} \\ &= 144 \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} - 36 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \\ &= 36\pi - 18\pi \\ &= 18\pi \approx 56.55 \end{aligned}$$

Die Fläche ist also ungefḧr 56,55cm$_2$ groß.

A5. Aus einem Würfel mit einer Kantenlänge von 8cm wurde eine quadratische 'Säule' herausgeschnitten, deren Kantenlänge 2cm beträgt. Berechne das Volumen und die Oberfläche dieses Körpers.



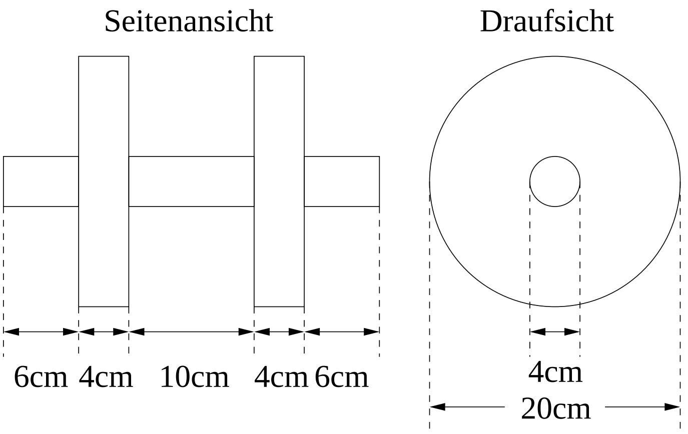
Lösung:
Das Volumen ist gleich dem Volumen des Würfels minus dem Volumen der Säule:

$$\begin{aligned} V &= 8 \cdot 8 \cdot 8 - 2 \cdot 2 \cdot 8 \\ &= 512 - 32 \\ &= 480 \end{aligned}$$

Der Körper hat also ein Volumen von 480 cm^3.
Die Oberfläche besteht aus vier kompletten Würfelseiten. Dazu kommen zwei Würfelseiten, denen ein kleines Quadrat fehlt und schließlich den vier Innenseiten des Körpers:

$$\begin{aligned} A &= 4 \cdot 8 \cdot 8 + 2(8 \cdot 8 - 2 \cdot 2) + 4(2 \cdot 8) \\ &= 256 + 120 + 64 \\ &= 440 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

A6. Abgebildet ist eine 'Hantel' in Seiten- und Draufsicht. Berechne das Gewicht dieser Hantel, wenn du davon ausgehst, dass sie aus Stahl mit der Dichte: $\rho = 7.8$ kg/dm$_3$ gefertigt ist und berechne außerdem die Göße der Oberfläche.



Lösung:
Zunächst muss das Volumen der Hantel berechnet werden. Zur Vereinfachung kann man sich vorstellen, dass die Hantel aus einem Zylinder mit Radius 2cm und der Länge 22cm $(6 + 10 + 6\text{cm})$ und einem Zylinder mit dem Radius 10cm und der Länge 8cm besteht.

$$\begin{aligned} V &= 2^2 \cdot \pi \cdot 22 + 10^2 \cdot \pi \cdot 8 \\ &= 4 \cdot \pi \cdot 22 + 100 \cdot \pi \cdot 8 \\ &= 88\pi + 800\pi \\ &= 888\pi \approx 2789.73 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Diese 2789.73 cm^3 entsprechen 2.78973 dm^3. Damit ist das Gewicht:

$$2.789.73 \cdot 7.8 = 21.76$$

Die Hantel wiegt also ca. 21.76 kg.
Die Oberfläche lässt sich aus den folgenden Flächen zusammengesetzt denken:

$$2 \cdot A_{\text{Kleiner Kreis}} + 4 \cdot A_{\text{Großer minus kleiner Kreis}} + 2 \cdot A_{\text{Mantelfläche groß}} + A_{\text{Mantelfläche klein}}$$

Die letztgenannte Mantelfläche besteht aus den drei Mantelflächen des 'Griffs' der Hantel. Somit berechnet sich die Fläche zu:

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot 2^2 \cdot \pi + 4(10^2 \cdot \pi - 2^2 \cdot \pi) + 2(2 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 4) + 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 22 \\ &= 8\pi + 4(100\pi - 4\pi) + 2 \cdot 80\pi + 88\pi \\ &= 8\pi + 384\pi + 160\pi + 88\pi \\ &= 640\pi \approx 2010.62 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Die Oberfläche ist also ca. 2010.62 cm^2 groß.