

A1. Löse die folgenden Gleichungssysteme. Verwende dabei möglichst das geeignetste Verfahren.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & \begin{array}{l} \text{I} \quad 3x + y = 4 \\ \text{II} \quad 5x - 2y = 14 \end{array} \\
 \text{b)} & \begin{array}{l} \text{I} \quad 2a + 3b = 9 \\ \text{II} \quad 7a - 3b = -36 \end{array} \\
 \text{c)} & \begin{array}{l} \text{I} \quad 2x + y - z = -9 \\ \text{II} \quad x + 2y + 2z = 8 \\ \text{III} \quad 3x - 3y + z = -1 \end{array} \\
 \text{d)} & \begin{array}{l} \text{I} \quad 2a + b - c = 2 \\ \text{II} \quad 3a + 2b + c = 5 \\ \text{III} \quad a - 3c = 0 \end{array}
 \end{array}$$

Lösung:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & \begin{array}{l} \text{I nach } y \quad y = 4 - 3x \\ y \mapsto \text{II} \quad 5x - 2(4 - 3x) = 14 \\ \quad \quad \quad 11x = 22 \\ \quad \quad \quad x = 2 \\ x \mapsto \text{I} \quad y = 4 - 3 \cdot 2 \\ \quad \quad \quad y = -2 \\ \quad \quad \quad \mathbb{L} = \{(2/-2)\} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{b)} & \begin{array}{l} \text{I+II} \quad 9a = -27 \\ \quad \quad a = -3 \\ a \mapsto \text{I} \quad -6 + 3b = 9 \\ \quad \quad 3b = 15 \\ \quad \quad b = 5 \\ \quad \quad \mathbb{L} = \{(-3/5)\} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{c)} & \begin{array}{l} \text{II nach } x \quad x = 8 - 2y - 2z \\ x \mapsto \text{I} \quad 2(8 - 2y - 2z) + y - z = -9 \\ \quad \quad \quad -3y - 5z = -25 \\ \quad \quad \quad 3y + 5z = 25 \\ x \mapsto \text{III} \quad 3(8 - 2y - 2z) - 3y + z = -1 \\ \quad \quad \quad -9y - 5z = -25 \\ \quad \quad \quad 9y + 5z = 25 \\ \text{I nach } z \quad z = 5 - \frac{2}{5}y \\ z \mapsto \text{III} \quad 9y + 5(5 - \frac{2}{5}y) = 25 \\ \quad \quad \quad 6y = 0 \\ \quad \quad \quad y = 0 \\ y \mapsto \text{I} \quad z = 5 \\ y, z \mapsto \text{II} \quad x = 8 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 5 \\ \quad \quad \quad x = -2 \\ \quad \quad \quad \mathbb{L} = \{(-2/0/5)\} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{d)} & \begin{array}{l} \text{III nach } a \quad a = 3c \\ a \mapsto \text{I} \quad b + 5c = 2 \\ a \mapsto \text{II} \quad 2b + 10c = 5 \\ \text{I nach } b \quad b = 2 - 5c \\ b \mapsto \text{II} \quad 4 - 10c + 10c = 5 \\ \quad \quad \quad \mathbb{L} = \{\} \end{array}
 \end{array}$$

A2. Zu gerne hätte Paulinchen auf der Party die Hausnummer von Otto bekommen. Aber Otto ist schüchtern und hat sich geziert und nur gesagt: Meine Hausnummer ist dreistellig. Die Quersumme der drei Ziffern ist 6. Die erste Ziffer ist doppelt so groß wie die dritte und die Summe der ersten und letzten Ziffer ist so groß wie die mittlere Ziffer.

Kannst du Paulinchen helfen?

Lösung:

Gesucht ist eine dreistellige Zahl (Hausnummer). Dabei ist h die Hunderterziffer, z die Zehnerziffer

und e die Einerziffer.

$$\begin{array}{rcl}
 I & h + z + e & = 6 \\
 II & h & = 2e \\
 III & h + e & = z \\
 \\
 h \mapsto I & z + 3e & = 6 \\
 h \mapsto III & 3e & = z \\
 \\
 z \mapsto I & 6e & = 6 \\
 & e & = 1 \\
 e \mapsto III & 3 \cdot 1 & = z \\
 e \mapsto II & h & = 2 \cdot 1
 \end{array}$$

Otto wohnt in der Hausnummer 231!

A3. Vereinfache die folgenden Terme soweit wie möglich

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} \\
 \text{c)} & \sqrt{3a} \cdot \sqrt{27a} \\
 \text{e)} & \sqrt{2a}(2\sqrt{2a} + 3\sqrt{8a^3})
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \text{b)} & \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} \\
 \text{d)} & \sqrt[4]{2x} \cdot \sqrt[4]{8x^3} \\
 \text{f)} & \sqrt{\frac{3}{c}}(\sqrt{3c} - \sqrt{27c})
 \end{array}$$

Lösung:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & 4 \\
 \text{c)} & 9|a| \\
 \text{e)} & 4a + 4a^2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \text{b)} & 2 \\
 \text{d)} & 2|x| \\
 \text{f)} & -6
 \end{array}$$

A4. (**Knobelaufgabe**) Auch Otto will natürlich Paulinchens Hausnummer wissen. Pauline, die immer noch ein bisschen stinkig ist, weil Otto ihr eine Rechenaufgabe gestellt hat, sagt: "Bei mir ist das viel einfacher. Meine Hausnummer ist zweistellig, die Quersumme der beiden Ziffern ist 6 und wenn die Ziffern vertauscht wären, dann wird die Zahl größer und ich würde neun Häuser weiter wohnen."

In welchem Haus wohnt Paulinchen?

Lösung:

Hier ist eine zweistellige Zahl gesucht, deren Ziffern e und z sind. Es ist:

$$\begin{array}{rcl}
 I & e + z & = 6 \\
 II & 10z + e + 18 & = 10e + z \\
 \\
 \text{I nach } e & e & = 6 - z \\
 e \mapsto II & 10z + 6 - z + 18 & = 10(6 - z) + z \\
 & 18z & = 36 \\
 & z & = 2 \\
 z \mapsto I & e & = 4
 \end{array}$$

Paulinchen wohnt in der Nummer 24!