8a 3.Klassenarbeit 14.2.2012

A1. Bei den folgenden Angaben handelt es sich um Fläche (A), Bogenlänge (b), Radius (r) und Mittelpunktswinkel (α) eines Kreisausschnitts. Bestimme jeweils die fehlende Größe.

	a)	b)	c)
r	2cm	4cm	
b	5cm		10cm
A			
α		37°	155°

Lösung:

a)

$$
\begin{aligned}
5 &= 2 \cdot 2\pi \frac{\alpha}{360} \\
\frac{5 \cdot 360}{4\pi} &= \alpha \\
\alpha &\approx 143.24^\circ \\
A &= 2^2 \pi \frac{143.24}{360} \\
A &= 5 \text{ cm}^2
\end{aligned}
$$

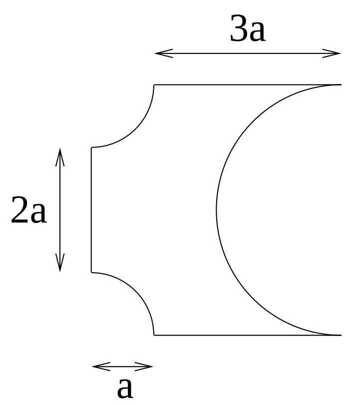
b)

$$
\begin{aligned}
b &= 2 \cdot 4\pi \frac{37}{360} \\
&\approx 2.58 \text{ cm} \\
A &= 4^2 \pi \frac{37}{360} \\
&\approx 5.17 \text{ cm}^2
\end{aligned}
$$

c)

$$
\begin{aligned}
10 &= 2r\pi \frac{155}{360} \\
\frac{10 \cdot 360}{2 \cdot 155\pi} &= r \\
r &\approx 3.7 \text{ cm}
\end{aligned}
$$

A2. Berechne den Umfang und die Fläche der folgenden Figur.



Lösung:

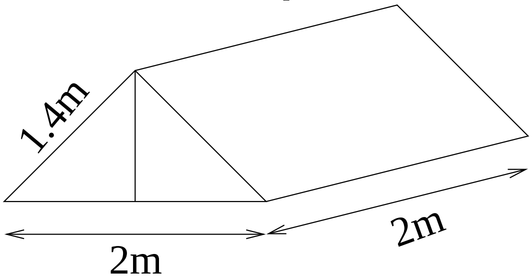
Für den Umfang gilt (z.B.):

$$
\begin{aligned}
U &= 2 \cdot 3a + 2a + 2 \cdot 2a\pi \frac{1}{4} + 2 \cdot 2a\pi \frac{1}{2} \\
&= 8a + a\pi + 2a\pi \\
&= 8a + 3a\pi
\end{aligned}
$$

Und die Fläche:

$$
\begin{aligned}
A &= (4a)^2 - \frac{1}{2}(2a)^2\pi - 2 \cdot \frac{1}{4}a^2\pi \\
&= 16a^2 - 2a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\
&= 16a^2 - 2.5a^2\pi
\end{aligned}
$$

A3. Max und Linda wollen gemeinsam im Urlaub campen und sich dazu ein Zelt selber bauen.



Das Zelt soll eine Fläche von 2×2 Metern bedecken und einen Meter hoch sein. Die Strecke vom Giebel des Zeltes zum Boden beträgt 1.4m.
Wieviel Quadratmeter Stoff müssen die beiden für das Zelt kaufen (der Boden des Zeltes ist nicht mit Stoff bedeckt) und reicht das Zelt aus, wenn man davon ausgeht, dass jeder Mensch circa 1.2m^3 Platz in einem Zelt braucht?
Lösung:
Für die Frage nach dem Stoff muss die Oberfläche des Zeltes berechnet werden:

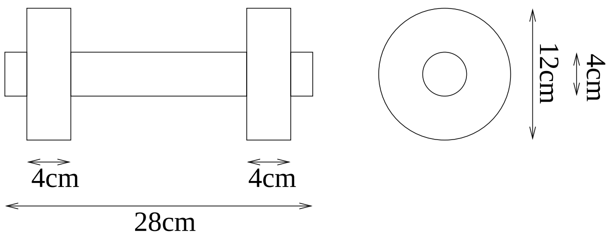
$$
\begin{aligned}
O &= 2 \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} + 2 \cdot 2 \cdot 1.4 \\
&= 2 + 9.6 \\
&= 11.6 \text{ m}^2
\end{aligned}
$$

Sie brauchen ca. 11.6 m^2 Stoff.
Für die zweite Frage muss das Volumen des Zeltes berechnet werden. Dieses ist Grundflche mal Höhe:

$$
\begin{aligned}
V &= \frac{2 \cdot 1}{2} \cdot 2 \\
&= 2 \text{ m}^3
\end{aligned}
$$

Offenbar ist das Zelt zu klein.

A4. Eine Hantel hat die unten angegebenen Maße. Berechne die Oberfläche und das Gewicht der Hantel, wenn die Dichte des Materials $7{,}9\text{g/cm}^3$ beträgt.



Lösung:
Berechnung der Oberfläche: Man kann die Oberfläche einteilen in die Oberfläche eines Zylinders mit 20cm Höhe und einem Radius von 2cm (Der 'Griff' der Hantel mit den beiden über stehenden Enden) und den zwei Oberflächen von zwei Zylindern mit einer Höhe von 2cm und einem Radius von 6cm (Den 'Scheiben' der Hantel), von denen vier Kreise mit jeweils Radius von 2cm subtrahiert werden:

$$
\begin{aligned}
O &= O_{\text{Griff}} + (O_{\text{Scheibe}} - 4 \cdot O_{\text{Kreis}} \\
&= 2 \cdot 2^2 \cdot \pi + 2 \cdot 2\pi \cdot 20 + 2[2 \cdot 6^2\pi + 2 \cdot 6\pi \cdot 4 - 2 \cdot 2^2\pi] \\
&= 8\pi + 80\pi + 2[72\pi + 48\pi - 8\pi] \\
&= 88\pi + 2 \cdot 112\pi \\
&= 312\pi \\
&\approx 980{,}18 \text{ cm}^2
\end{aligned}
$$

Das Volumen besteht aus dem Volumen eines Zylinders mit 2cm Radius und 20cm Höhe (Griff) plus den beiden Zylindern mit 6cm Radius und 2cm Höhe (Scheiben):

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{Griff}} + 2 \cdot V_{\text{Scheibe}} \\ &= 2^2\pi \cdot 20 + 2 \cdot 6^2\pi \cdot 4 \\ &= 80\pi + 288\pi \\ &= 368\pi \\ &= 1156,11\text{cm}^3 \end{aligned}$$

Die Masse beträgt daher: $1156,11 \cdot 7,9 = 9133,24$g, also ca. 9kg.

A5. (**Knobelaufgabe**) Zwei Konservendosen enthalten jeweils einen Liter Inhalt. Die eine Dose hat einen Durchmesser von 10cm, die zweite einen von 12cm. Für welche Konservendose braucht man mehr Blech?

Lösung:

Offenbar muss für die beiden Dosen die Oberfläche in Abhängigkeit vom Radius bestimmt werden, wobei der Inhalt bekannt ist. Es gelten die beiden Formeln:

$$O = 2r^2\pi + 2r\pi h$$

und

$$V = r^2\pi h$$

Für die zweite Formel gilt daher:

$$h = \frac{V}{r^2\pi}$$

Das ergbit eingesetzt für die Oberfläche:

$$O = 2r^2\pi + 2r\pi\frac{1000}{r^2\pi}$$

was vereinfacht ergibt:

$$O = 2r^2\pi + \frac{2000}{r}$$

Damit ergeben sich folgende Oberflächen:

$$r = 5 : O = 557.08 \text{ cm}^2$$

und

$$r = 6 : O = 559.53 \text{ cm}^2$$

Offenbar braucht man bei der ersten Dose weniger Blech.