

- A1. Ein Autoreifen hat einen Durchmesser von 73cm. Wie oft dreht dieser Reifen sich auf einer Strecke von 30km?

Lösung:

Zunächst muss der Umfang des Reifens berechnet werden:

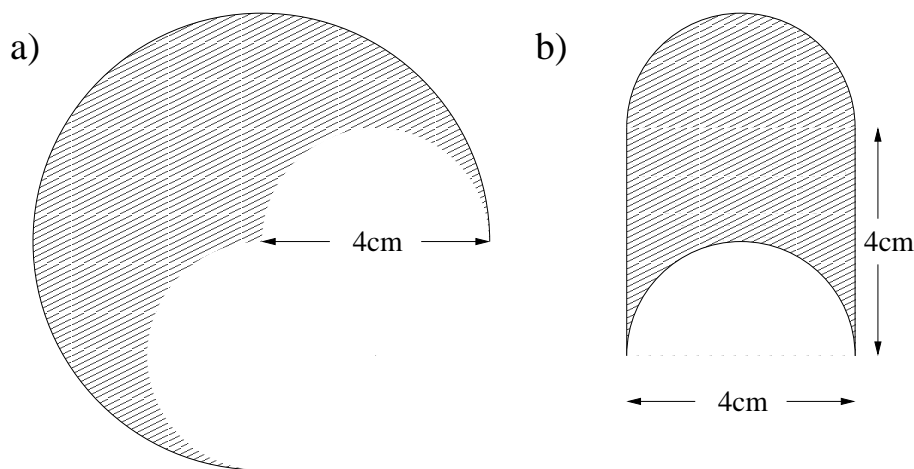
$$U = 73 \cdot \pi \approx 229.34$$

Nun kann berechnet werden, wie oft sich das Rad auf einer 30km = 30000m = 3000000cm dreht:

$$\frac{3000000}{229.34} \approx 13081.23$$

Somit dreht sich das Rad ungefähr 13100 mal.

- A2. Bestimme Umfang und Flächeninhalt der folgenden Figuren



Lösung:

- a) Der große Kreis hat den Radius 4cm, die beiden kleinen Kreise den Radius 2cm. Beim Umfang wird der Umfang des großen Dreiviertelkreises zu dem von zwei kleinen Halbkreisen (= ein kleiner Kreis) addiert:

$$\begin{aligned} U &= \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 4\pi + 2 \cdot 2\pi \\ &= 6\pi + 4\pi \\ &= 10\pi \approx 31.42 \end{aligned}$$

Der Umfang beträgt daher ungefähr 31.42cm.

Für die Fläche gilt: Vom großen Kreis wird nur ein Dreiviertelkreis gerechnet, von dem zwei kleine Halbkreise (= ein kleiner Kreis) subtrahiert werden. Somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{4} A_{\text{gr. Kreis}} - A_{\text{kl. Kreis}} \\ &= \frac{3}{4} 4^2 \pi - 2^2 \pi \\ &= \frac{3}{4} 16\pi - 4\pi \\ &= 12\pi - 4\pi \\ &= 8\pi \approx 25.13 \end{aligned}$$

Die Fläche hat einen Flächeninhalt von ca. 25.13cm².

- b) Für den Umfang gilt, dass es ein Kreis und die beiden Seitenlinien sind:

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot 2\pi + 2 \cdot 2 \\ &= 4\pi + 4 \\ &\approx 16.57 \end{aligned}$$

Der Umfang beträgt ca. 16.57cm.

Die Fläche ist einfach ein Quadrat von 4cm Seitenlänge, also 16cm².

- A3. Von einem Kreis**ausschnitt** sind jeweils die folgenden Werte bekannt. Berechne die fehlenden.

	a)	b)	c)
r	3cm	3dm	
α	47°		57°
U		30cm	
A			2πcm ²

Lösung:

- a)

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot 3 \cdot \pi \frac{47}{360} = 2.46\text{cm} \\ A &= 2^2 \cdot \pi \frac{37}{360} = 3.69\text{cm}^2 \end{aligned}$$

- b)

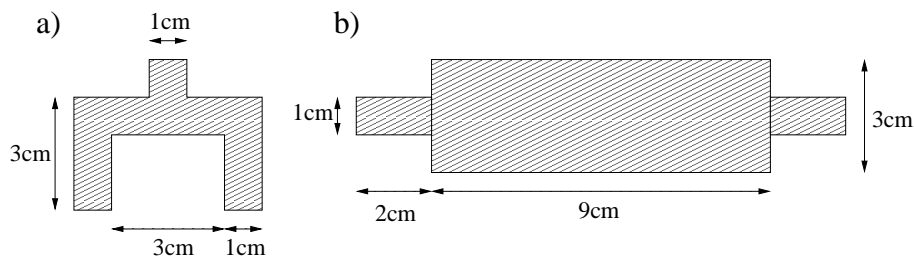
$$\begin{aligned} 30 &= 2 \cdot 30 \cdot \pi \frac{\alpha}{360} \\ \frac{30 \cdot 360}{60\pi} &= \alpha \\ 57.30^\circ &= \alpha \\ A &= 30^2 \pi \frac{57.30}{360} = 623.08\text{cm}^2 \end{aligned}$$

- c)

$$\begin{aligned} 2\pi &= r^2 \pi \frac{57}{360} \\ \frac{2 \cdot 360}{57} &= r^2 \\ 3.55\text{cm} &= r \\ U &= 2 \cdot 3.55 \pi \frac{57}{360} = 3.54\text{cm} \end{aligned}$$

- A4.

- a) Aus Holz soll ein Prisma hergestellt werden, dessen beide Grundseiten die unter a) dargestellte Form haben und dass 22cm hoch ist. Bei dem Holz handelt es sich um Buchenholz, das 0.69g/cm³ wiegt. Wie groß ist die Oberfläche des Prismas und wie schwer ist es?
- b) Eine Walze besteht aus einem zylindrischen Mittelteil und zwei angesetzten, zylindrischen Zapfen (Sie Seitenansicht wie b)). Die Walze besteht aus Stahl der 7.86g/cm³ wiegt. Welche Oberfläche hat die Walze und wie schwer ist sie?



Lösung:

- a) Die Grundfläche lässt sich in 10 Quadrate zu je ein Quadratzentimeter zerlegen. Somit beträgt der Flächeninhalt der Grundseite 10cm^2 . Der Umfang der Grundseite ist 22cm. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned}O &= 2 \cdot G + M \\ &= 2 \cdot 10 + 22 \cdot 22 \\ &= 20 + 484 \\ &= 504\text{cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V &= G \cdot h \\ &= 10 \cdot 22 \\ &= 220\text{cm}^3\end{aligned}$$

Da ein Kubikzentimeter 0.69 Gramm wiegt, hat das gesamte Prisma ein Gewicht von: $220 \cdot 0.69 = 151.8$ Gramm.

- b) Berechnung der Oberfläche:

$$\begin{aligned}O &= 2 \cdot A_{\text{Kreis}} + 2 \cdot M_{\text{klein}} + M_{\text{groß}} \\ &= 2 \cdot 1.5^2\pi + 2 \cdot 2 \cdot 0.5\pi \cdot 2 + 2 \cdot 1.5\pi \cdot 9 \\ &= 4.5\pi + 4\pi + 27\pi \\ &= 35.5\pi \approx 111.53\text{cm}^2\end{aligned}$$

Berechnung des Volumens:

$$\begin{aligned}V &= V_{\text{Mittelteil}} + 2 \cdot V_{\text{Zapfen}} \\ &= 1.5^2\pi \cdot 9 + 2 \cdot 0.5^2\pi \cdot 2 \\ &= 20.25\pi + \pi \\ &= 21.25\pi \approx 66.76\text{cm}^3\end{aligned}$$

Wegen der Dichte von Stahl berechnet sich das Gewicht der Walze zu: $66.76 \cdot 7.86 = 524.72$ Gramm.

- A1. Ein Beet mit 11m Durchmesser soll mit Steinen, die eine Kantenlänge von 15cm haben, ringsherum eingefasst werden. Wieviele Steine braucht man?

Lösung:

Zunächst muss der Umfang des Beetes ermittelt werden:

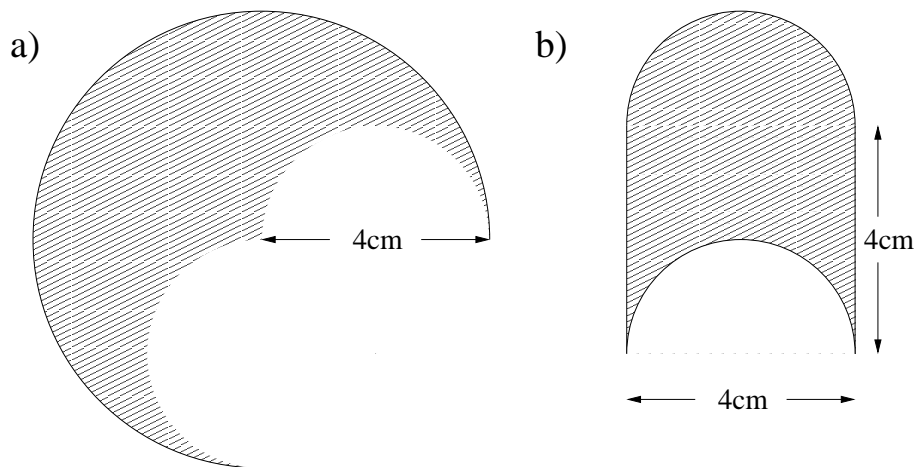
$$U = 11 \cdot \pi \approx 34.56$$

Nun muss berechnet werden, wie oft die 15cm in die $34.56=3456$ cm passen:

$$\frac{3456}{15} \approx 230.4$$

Man braucht 251 Steine.

- A2. Bestimme Umfang und Flächeninhalt der folgenden Figuren



Lösung:

- a) Der große Kreis hat den Radius 4cm, die beiden kleinen Kreise den Radius 2cm. Beim Umfang wird der Umfang des großen Dreiviertelkreises zu dem von zwei kleinen Halbkreisen (= ein kleiner Kreis) addiert:

$$\begin{aligned} U &= \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 4\pi + 2 \cdot 2\pi \\ &= 6\pi + 4\pi \\ &= 10\pi \approx 31.42 \end{aligned}$$

Der Umfang beträgt daher ungefähr 31.42cm.

Für die Fläche gilt: Vom großen Kreis wird nur ein Dreiviertelkreis gerechnet, von dem zwei kleine Halbkreise (= ein kleiner Kreis) subtrahiert werden. Somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{4} A_{\text{gr. Kreis}} - A_{\text{kl. Kreis}} \\ &= \frac{3}{4} 4^2 \pi - 2^2 \pi \\ &= \frac{3}{4} 16\pi - 4\pi \\ &= 12\pi - 4\pi \\ &= 8\pi \approx 25.13 \end{aligned}$$

Die Fläche hat einen Flächeninhalt von ca. 25.13cm^2 .

- b) Für den Umfang gilt, dass es ein Kreis und die beiden Seitenlinien sind:

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot 2\pi + 2 \cdot 2 \\ &= 4\pi + 4 \\ &\approx 16.57 \end{aligned}$$

Der Umfang beträgt ca. 16.57cm.

Die Fläche ist einfach ein Quadrat von 4cm Seitenlänge, also 16cm².

- A3. Von einem Kreis**ausschnitt** sind jeweils die folgenden Werte bekannt. Berechne die fehlenden.

	a)	b)	c)
r	2cm	4dm	
α	37°		57°
U		30cm	
A			3πcm ²

Lösung:

- a)

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot 2 \cdot \pi \frac{37}{360} = 1.29\text{cm} \\ A &= 2^2 \cdot \pi \frac{37}{360} = 1.29\text{cm}^2 \end{aligned}$$

- b)

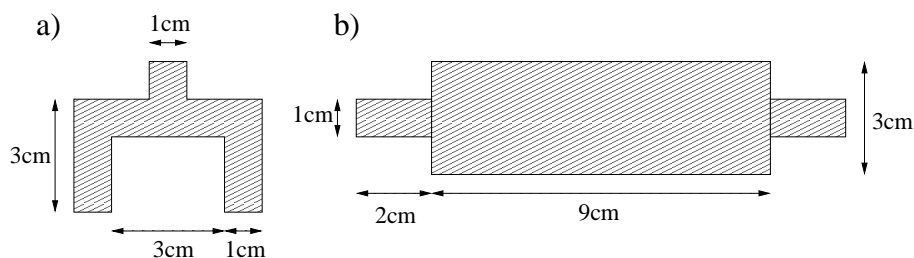
$$\begin{aligned} 30 &= 2 \cdot 40 \cdot \pi \frac{\alpha}{360} \\ \frac{30 \cdot 360}{80\pi} &= \alpha \\ 42.97^\circ &= \alpha \\ A &= 40^2 \pi \frac{42.97}{360} = 600\text{cm}^2 \end{aligned}$$

- c)

$$\begin{aligned} 3\pi &= r^2 \pi \frac{57}{360} \\ \frac{3 \cdot 360}{57} &= r^2 \\ 4.35\text{cm} &= r \\ U &= 2 \cdot 4.35 \pi \frac{57}{360} = 4.33\text{cm} \end{aligned}$$

- A4.

- a) Aus Holz soll ein Prisma hergestellt werden, dessen beide Grundseiten die unter a) dargestellte Form haben und dass 22cm hoch ist. Bei dem Holz handelt es sich um Buchenholz, das 0.69g/cm³ wiegt. Wie groß ist die Oberfläche des Prismas und wie schwer ist es?
- b) Eine Walze besteht aus einem zylindrischen Mittelteil und zwei angesetzten, zylindrischen Zapfen (Sie Seitenansicht wie b)). Die Walze besteht aus Stahl der 7.86g/cm³ wiegt. Welche Oberfläche hat die Walze und wie schwer ist sie?



Lösung:

- a) Die Grundfläche lässt sich in 10 Quadrate zu je ein Quadratzentimeter zerlegen. Somit beträgt der Flächeninhalt der Grundseite 10cm^2 . Der Umfang der Grundseite ist 22cm. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned}O &= 2 \cdot G + M \\ &= 2 \cdot 10 + 22 \cdot 22 \\ &= 20 + 484 \\ &= 504\text{cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V &= G \cdot h \\ &= 10 \cdot 22 \\ &= 220\text{cm}^3\end{aligned}$$

Da ein Kubikzentimeter 0.69 Gramm wiegt, hat das gesamte Prisma ein Gewicht von: $220 \cdot 0.69 = 151.8$ Gramm.

- b) Berechnung der Oberfläche:

$$\begin{aligned}O &= 2 \cdot A_{\text{Kreis}} + 2 \cdot M_{\text{klein}} + M_{\text{groß}} \\ &= 2 \cdot 1.5^2\pi + 2 \cdot 2 \cdot 0.5\pi \cdot 2 + 2 \cdot 1.5\pi \cdot 9 \\ &= 4.5\pi + 4\pi + 27\pi \\ &= 35.5\pi \approx 111.53\text{cm}^2\end{aligned}$$

Berechnung des Volumens:

$$\begin{aligned}V &= V_{\text{Mittelteil}} + 2 \cdot V_{\text{Zapfen}} \\ &= 1.5^2\pi \cdot 9 + 2 \cdot 0.5^2\pi \cdot 2 \\ &= 20.25\pi + \pi \\ &= 21.25\pi \approx 66.76\text{cm}^3\end{aligned}$$

Wegen der Dichte von Stahl berechnet sich das Gewicht der Walze zu: $66.76 \cdot 7.86 = 524.72$ Gramm.