

Lösungen als PDF-Datei unter: <http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/9/9index.html>

A1. Zerlege 49 in zwei Summanden, deren Produkt 444 ist. Wie heißen die Summanden?

Lösung:

Sei der eine der Summanden x , dann ist der andere $49 - x$.

$$x(49 - x) = 444$$

$$49x - x^2 = 444$$

$$0 = x^2 - 49x + 444$$

$$0 = x^2 - 49x + \left(\frac{49}{2}\right)^2 - \left(\frac{49}{2}\right)^2 + 444$$

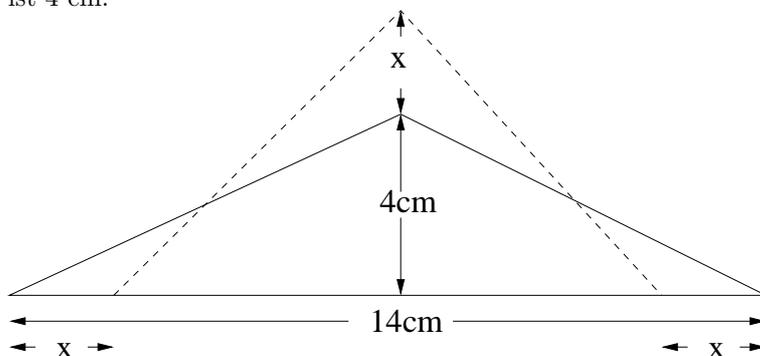
$$0 = \left(x - \frac{49}{2}\right)^2 - \left(\frac{25}{2}\right)^2$$

$$0 = (x - 37)(x - 12)$$

Die gesuchten Summanden sind also 12 und 37.

A2.

- a) Die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks ist 14 cm lang und die Länge der Höhe auf die Basis ist 4 cm.



Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

- b) Nun wird die Basis auf beiden Seiten um x cm verkürzt und dafür die Höhe um x cm verlängert. Zeige, dass für den Term A , der den Flächeninhalt in Abhängigkeit von x , gilt: $A = -x^2 + 3x + 28$
- c) Für welches x wird der Flächeninhalt am größten und wie groß ist dieser Flächeninhalt?

Lösung:

- a) Für den Flächeninhalt gilt: $A = \frac{1}{2}gh$, also hier:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 = 28 \text{cm}^2$$

- b) Entsprechend des Ansatzes aus Aufgabe a) gilt:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}(4+x)(14-2x) \\ &= \frac{1}{2}(56-8x+14x-2x^2) \\ &= \frac{1}{2}(56+6x-2x^2) \\ &= -x^2+3x+28 \end{aligned}$$

- c) Gesucht ist der Scheitelpunkt der Parabel. Damit ist dann der x -Wert und die Fläche bekannt:

$$\begin{aligned} A &= -x^2+3x+28 \\ &= -[x^2-3x-28] \\ &= -\left[x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}-\frac{112}{4}\right] \\ &= -\left[\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{121}{4}\right] \\ &= -\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{121}{4} \end{aligned}$$

Der größte Wert wird bei $x = 1,5$ erreicht und er beträgt $30,25\text{cm}^2$.

A3. Bestimme die L'osungsmengen der folgenden Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x} \\ \text{b)} \quad & \sqrt{x+1} - x = -1 \\ \text{c)} \quad & 0 = x^4 - 25x^2 + 144 \end{aligned}$$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} \mathbb{D} &= \mathbb{R} \setminus \{-3, 0, 1\} \\ \text{HN} &= x \cdot (x-1) \cdot (x+3) \\ x(x+3) - x(x-1) &= (x-1)(x+3) \\ 4x &= x^2 + 2x - 3 \\ 0 &= x^2 - 2x - 3 \\ 0 &= x^2 - 2x + 1 - 1 - 3 \\ 0 &= (x-1)^2 - 2^2 \\ 0 &= (x-3)(x+1) \\ \mathbb{L} &= \{-1; 3\} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} &= x-1 \\ x+1 &= x^2 - 2x + 1 \\ 0 &= x^2 - 3x \\ 0 &= x(x-3) \\ \text{Pr.}(0) \\ \sqrt{0+1} &= 0-1 \\ 1 &= -1(\text{f}) \\ \text{Pr.}(3) \\ \sqrt{3+1} &= 3-1 \\ 2 &= 2(\text{w}) \\ \mathbb{L} &= \{3\} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 25x^2 + 144 \\ 0 &= z^2 - 25z + 144 \\ 0 &= z^2 - 25z + \left(\frac{25}{2}\right)^2 - \left(\frac{25}{2}\right)^2 + 144 \\ 0 &= \left(z - \frac{25}{2}\right) - \left(\frac{7}{2}\right)^2 \\ 0 &= (z-16)(z-9) \\ 0 &= (x^2-16)(x^2-9) \\ 0 &= (x+4)(x-4)(x+3)(x-3) \\ \mathbb{L} &= \{-4; -3; 3; 4\} \end{aligned}$$