

Lösungen als PDF-Datei unter: <http://fritz.rmi.de/schule/mathematik/9/9index.html>

A1. Gib an, um welche Art von Parabel (gestreckt, gestaucht, normal, oben/unten geöffnet) es sich bei den Funktionsgraphen der folgenden Funktionen handelt.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = 2x^2 - 3x + 6 \\ \text{c)} & f(x) = -0,99x^2 + 0,123x - 3,3212 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & f(x) = -x^2 + x \\ \text{d)} & f(x) = \sqrt{5}x^2 - \sqrt{13}x + \sqrt{7} \end{array}$$

Lösung:

- a) gestreckt, oben
- b) normal, unten
- c) gestaucht, unten
- d) gestreckt, oben

A2. Bestimme von den folgenden Funktionen den Scheitelpunkt

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = 2x^2 - 8x - 10 \\ \text{b)} & f(x) = 6x^2 - 8x + 2 \end{array}$$

Lösung:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = 2x^2 - 8x - 10 \\ & = 2[x^2 - 4x - 5] \\ & = 2[x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 5] \\ & = 2[(x - 2)^2 - 9] \\ & = 2(x - 2)^2 - 18 \\ & \quad SP(2 / -18) \\ \\ \text{b)} & f(x) = 6x^2 - 8x + 2 \\ & = 6[x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}] \\ & = 6[x^2 - \frac{4}{3}x + (\frac{2}{3})^2 - \frac{4}{9} + \frac{1}{3}] \\ & = 6[(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{1}{9}] \\ & = 6(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{2}{3} \\ & \quad SP(\frac{2}{3} / -\frac{2}{3}) \end{array}$$

A3. Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & x^2 = 12x - 35 \\ \text{b)} & 0 = 4x^2 - 5x + 1 \end{array}$$

Lösung:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & x^2 = 12x - 35 \\ & 0 = x^2 - 12x + 35 \\ & = x^2 - 12x + 6^2 - 36 + 36 \\ & = (x - 6)^2 - 1^2 \\ & = (x - 7)(x - 5) \\ & x - 7 = 0 \quad \vee \quad x - 5 = 0 \\ & x = 7 \quad \vee \quad x = 5 \\ & \mathbb{L} = \{5; 7\} \\ \\ \text{b)} & 0 = 4x^2 - 5x + 1 \\ & = x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} \\ & = x^2 - \frac{5}{4}x + (\frac{5}{8})^2 - \frac{25}{64} + \frac{1}{4} \\ & = (x - \frac{5}{8})^2 - (\frac{3}{8})^2 \\ & = (x - 1)(x - \frac{1}{4}) \\ & \mathbb{L} = \{1; \frac{1}{4}\} \end{array}$$

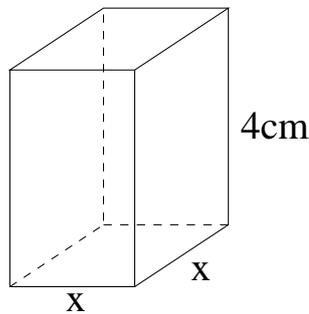
A4. Welche quadratische Funktion hat einen Graphen, der durch die Punkte $A(1/6)$, $B(-1/2)$, $C(2/11)$ geht?

Lösung:

$$\begin{aligned}
6 &= a + b + c \\
2 &= a - b + c \\
11 &= 4a + 2b + c \\
6 - a - b &= c \\
-4 &= -2b \\
5 &= 3a + b \\
6 - a - b &= c \\
2 &= b \\
3 &= 3a \\
3 &= c \\
2 &= b \\
1 &= a
\end{aligned}$$

Es handelt sich also um die Funktion $f(x) = x^2 + 2x + 3$

- A5. Ein Prisma mit einer quadratischen Grundfläche hat eine Höhe von 4cm und eine Oberfläche von 210cm^2 . Berechne die Länge der Grundkanten.

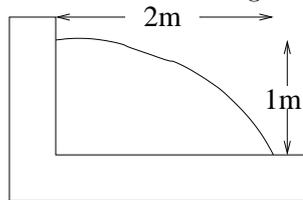


Lösung:

$$\begin{aligned}
210 &= 2x^2 + 4 \cdot 4x \\
0 &= x^2 + 8x - 105 \\
0 &= x^2 + 4x + 16 - 16 - 105 \\
0 &= (x + 4)^2 - 11^2 \\
0 &= (x - 7)(x + 15)
\end{aligned}$$

Da es keine negative Länge geben kann, sind die Grundkanten 7cm lang.

- A6. Bei einem Brunnen tritt ein Meter über der Wasserfläche ein Wasserstrahl waagrecht aus der Brunnenöffnung aus. Der Wasserstrahl folgt einer Parabel und trifft in einer Entfernung von zwei Metern auf die Wasseroberfläche. Bestimme die Parabelgleichung!



Lösung:

Da der Wasserstrahl waagrecht aus dem Brunnen kommt, ist es der Scheitelpunkt der Parabel und in einem Koordinatensystem, kann dieser als $(0/1)$ angenommen werden. Der Auftreffpunkt ist dann $(2/0)$.

$$\begin{aligned}
0 &= a2^2 + 1 \\
-1 &= 4a \\
-\frac{1}{4} &= a
\end{aligned}$$

Daher handelt es sich um die Parabel zu der Gleichung: $-\frac{1}{4}x^2 + 1$.