

- A1. Sarah hat sich eine Zahl ausgedacht, die Willi *natürlich* wissen will. Sarah sagt ihm:
"Multipliziert man meine Zahl mit der um vier größeren Zahl, dann erhält man 77"
Wie heißt die Zahl?

Lösung:

Gesucht ist eine Zahl, diese sei x

$$\begin{aligned}x(x+4) &= 77 \\x^2 + 4x &= 77 \\x^2 + 4x - 77 &= 0 \\x^2 + 4x + 4 - 4 - 77 &= 0 \\(x+2)^2 - 81 &= 0 \\(x+2)^2 - 9^2 &= 0 \\(x+2+9)(x+2-9) &= 0 \\(x+11)(x-7) &= 0 \\x = -11 \vee x = 7\end{aligned}$$

Sarah hat sich entweder die 7 oder die -11 ausgedacht.

- A2. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

$$\text{a) } \sqrt{2x+1} + 1 = x \quad \text{b) } \sqrt{x+2} - \sqrt{x-3} = 1$$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+1} + 1 &= x \\ \sqrt{2x+1} &= x - 1 \\ \Rightarrow 2x + 1 &= x^2 - 2x + 1 \\ 0 &= x^2 - 4x \\ 0 &= x(x - 4) \\ x &= 0 \vee x = 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Pr.}(0) \quad \sqrt{2 \cdot 0 + 1} + 1 &= 0 \\ \sqrt{1} + 1 &= 0 \\ 2 &= 0(f)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Pr.}(4) \quad \sqrt{2 \cdot 4 + 1} + 1 &= 4 \\ \sqrt{9} + 1 &= 4 \\ 4 &= 4(w) \\ \mathbb{L} &= \{4\}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{x-3} &= 1 \\ \Rightarrow x + 2 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-3} + x - 3 &= 1 \\ -2\sqrt{x+2}\sqrt{x-3} &= -2x + 2 \\ \sqrt{x+2}\sqrt{x-3} &= x - 1 \\ \Rightarrow (x+2)(x-3) &= x^2 - 2x + 1 \\ x^2 - x - 6 &= x^2 - 2x + 1 \\ x &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Pr.}(7) \quad \sqrt{7+2} - \sqrt{7-3} &= 1 \\ \sqrt{9} - \sqrt{4} &= 1 \\ 3 - 2 &= 1(w) \\ \mathbb{L} &= \{7\}\end{aligned}$$

A3. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen

a) $x^3 - 6x^2 - 7x = 0$ b) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

Lösung:

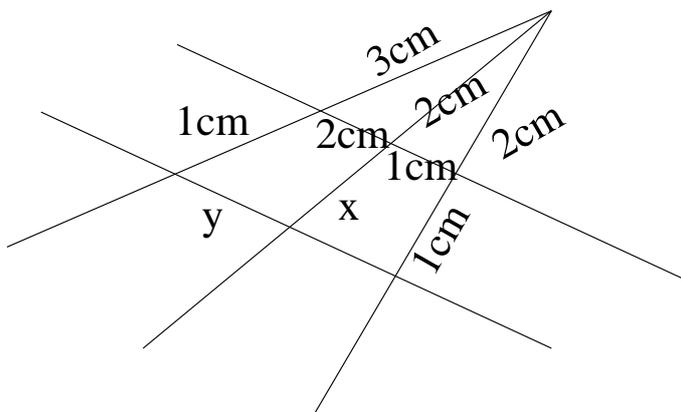
a)

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 - 7x &= 0 \\ x(x^2 - 6x - 7) &= 0 \\ x = 0 \vee x^2 - 6x - 7 &= 0 \\ x = 0 \vee x^2 - 6x + 3^2 - 9 - 7 &= 0 \\ x = 0 \vee (x - 3)^2 - 16 &= 0 \\ x = 0 \vee (x - 3)^2 - 4^2 &= 0 \\ x = 0 \vee (x - 7)(x + 1) &= 0 \\ x = 0 \vee x = 7 \vee x = -1 & \\ \mathbb{L} &= \{-1; 0; 7\} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x^4 - 17x^2 + 16 &= 0 \quad |z = x^2 \\ z^2 - 17z + 16 &= 0 \\ z^2 - 17z + \left(\frac{17}{2}\right) - \frac{289}{4} + \frac{64}{4} &= 0 \\ \left(z - \frac{17}{2}\right)^2 - \frac{225}{4} &= 0 \\ \left(z - \frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 &= 0 \\ (z - 1)(z - 16) &= 0 \\ z = 1 \vee z = 16 \quad |x^2 = z & \\ x^2 = 1 \vee x^2 = 16 & \\ x = -1 \vee x = 1 \vee x = -4 \vee x = 4 & \\ \mathbb{L} &= \{-4; -1; 1; 4\} \end{aligned}$$

A4. Gegeben ist die folgende Strahlensatzfigur (**nicht** maßstäblich).



Berechne x und y .

Lösung:

$$\begin{aligned} x : \frac{\frac{2}{1}}{\frac{2}{2}} &= \frac{\frac{2}{x}}{\frac{2}{2}} \\ 1 &= x \\ y : \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{2}} &= \frac{\frac{4}{y}}{\frac{4}{4}} \\ \frac{3}{2} &= y \end{aligned}$$

A1. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

$$\text{a) } \sqrt{2x+1} + 1 = x - 6 \quad \text{b) } \sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-5} = 9$$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} \sqrt{2x+1} + 1 &= x - 6 \\ \sqrt{2x+1} &= x - 7 \\ \Rightarrow 2x + 1 &= x^2 - 14x + 49 \\ 0 &= x^2 - 16x + 48 \\ 0 &= x^2 - 16x + 8^2 - 64 + 48 \\ 0 &= (x - 8)^2 - 16 \\ 0 &= (x - 8)^2 - 4^2 \\ 0 &= (x - 12)(x - 4) \\ x &= 12 \vee x = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pr.}(12) \quad \sqrt{2 \cdot 12 + 1} + 1 &= 12 - 6 \\ \sqrt{25} + 1 &= 6 \\ 6 &= 6(w) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pr.}(4) \quad \sqrt{2 \cdot 4 + 1} + 1 &= 4 - 6 \\ \sqrt{9} + 1 &= -2 \\ 4 &= -2(f) \\ \mathbb{L} &= \{12\} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-5} &= 9 \\ \sqrt{3x+4} &= 9 - \sqrt{3x-5} \\ \Rightarrow 3x + 4 &= 81 - 18\sqrt{3x-5} + 3x - 5 \\ -72 &= -18\sqrt{3x-5} \\ 4 &= \sqrt{3x-5} \\ \Rightarrow 16 &= 3x - 5 \\ 21 &= 3x \\ 7 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pr.}(7) \quad \sqrt{3 \cdot 7 + 4} + \sqrt{3 \cdot 7 - 5} &= 9 \\ \sqrt{25} + \sqrt{16} &= 9 \\ 5 + 4 &= 9(w) \\ \mathbb{L} &= \{7\} \end{aligned}$$

A2. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

$$\text{a) } x^3 - 2x^2 - 15x = 0 \quad \text{b) } x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

Lösung:

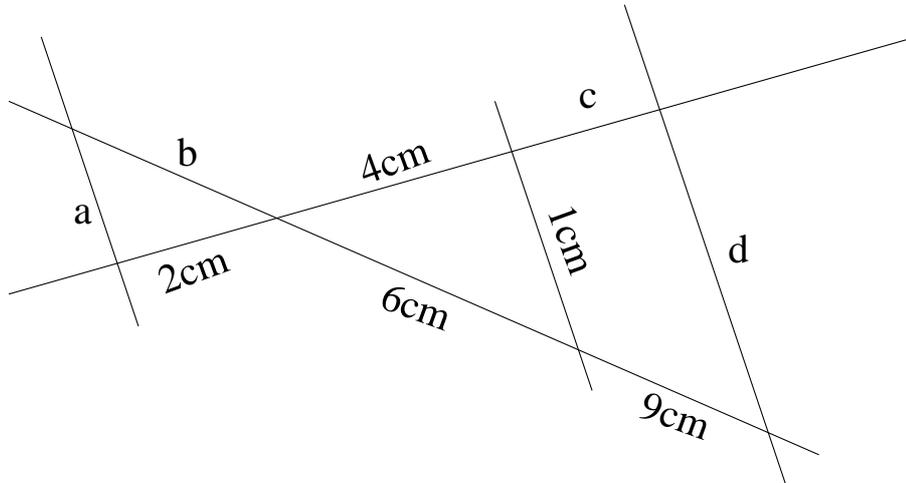
a)

$$\begin{aligned}
 x^3 - 2x^2 - 15x &= 0 \\
 x(x^2 - 2x - 15) &= 0 \\
 x = 0 \quad \vee \quad x^2 - 2x - 15 &= 0 \\
 x^2 - 2x + 1 - 16 &= 0 \\
 (x - 1)^2 - 4^2 &= 0 \\
 (x - 5)(x + 3) &= 0 \\
 x = 0 \quad \vee \quad \vee \quad x = -3 \\
 \mathbb{L} &= \{-3; 0; 5\}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 x^4 - 8x^2 - 9 &= 0 \quad |z = x^2 \\
 z^2 - 8z - 9 &= 0 \\
 z^2 - 8z + 4^2 - 16 - 9 &= 0 \\
 (z - 4)^2 - 5^2 &= 0 \\
 (z - 9)(z + 1) &= 0 \\
 z = 9 \vee z = -1 \quad |x^2 = z \\
 x^2 = 9 \vee x^2 = -1 \\
 x = -3 \vee x = 3 \\
 \mathbb{L} &= \{-3; 3\}
 \end{aligned}$$

A3. Gegeben ist die **nicht maßstabsgetreue** Strahlensatzfigur. Berechne a , b , c und d .



Lösung:

$$\begin{aligned}
 a : \quad \frac{1}{4} &= \frac{a}{2} \\
 \frac{1}{2} \text{ cm} &= a
 \end{aligned}$$

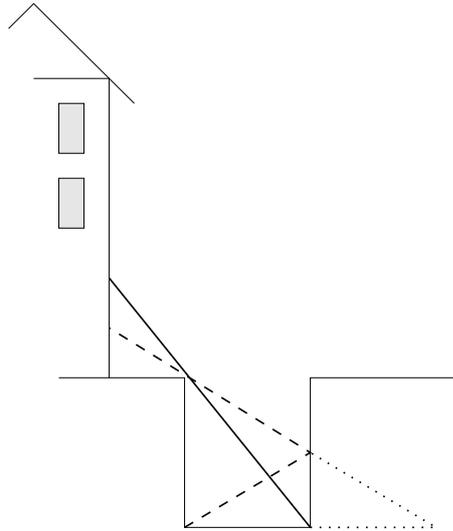
$$\begin{aligned}
 b : \quad \frac{b}{6} &= \frac{2}{4} \\
 b &= 3 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c : \quad \frac{c}{4} &= \frac{9}{6} \\
 c &= 6 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d : \quad \frac{d}{15} &= \frac{1}{6} \\
 d &= \frac{5}{2} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

A4. Durch eine Stadt führt eine 10m breite Tiefstrasse 7m unter dem Bebauungsniveau. Ein Hochhaus steht 20 vom Rand der Strasse entfernt.

- Berechne ab welcher Höhe das Haus vom Strassenlärm getroffen wird (durchgezogene Linie).
- Berechne diese Höhe auch dann, wenn du eine einfache Schallreflexion mit in Betracht ziehst (Gestrichelte Linie, die gepunktete Linie dient nur als Hilfslinie!)



Lösung:

- a) Die gesuchte Höhe sei h , dazu kommt noch die Tiefe der Strasse!

$$\frac{7}{10} = \frac{h+7}{30}$$

$$21 = h+7$$

$$14 = h$$

Das Haus wird ab einer Höhe von 14m (direkt) vom Schall getroffen.

- b) Auch hier kann die Höhe als h bezeichnet werden und auch bei dieser Rechnung muss die Tiefe der Strasse berücksichtigt werden.

$$\frac{7}{20} = \frac{h+7}{40}$$

$$14 = h+7$$

$$7 = h$$

Das Haus wird vom indirekten Schall ab einer Höhe von 7m getroffen.