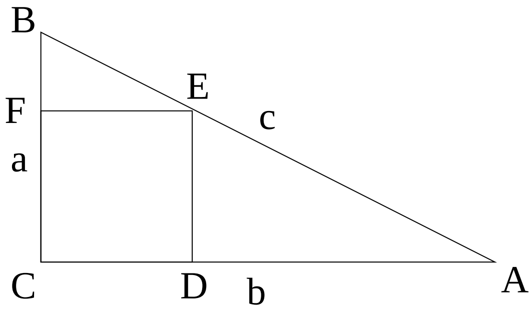
9a 3.Klassenarbeit 16.3.2010

A1. Dem rechtwinkligen Dreieck ABC mit den Seiten a, b und c wird das Quadrat $CDEF$ einbeschrieben.
Die Katheten haben die Längen: $a = 21\text{cm}$ und $b = 28\text{cm}$.

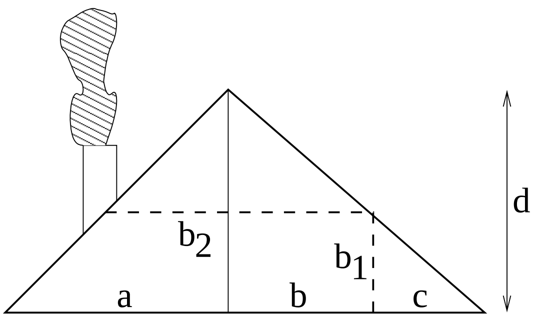


Wie lang sind die Quadratseiten?
Lösung:
Es handelt sich hierbei um eine einfache Strahlensatzaufgabe.
Die Länge der Quadratseite sei x.
Damit gilt dann:

$$\begin{aligned} \frac{21}{28} &= \frac{x}{28-x} \\ 21(28-x) &= 28x \\ 588 - 21x &= 28x \\ 588 &= 49x \\ 12 &= x \end{aligned}$$

Die Quadratseite ist 12cm lang.

A2. Bei einem rheinischen Bauernhaus ist der Giebel durch eine Fachwerkkonstruktion gestaltet.



Die gegebenen Längen sind: $a = 18\text{m}$, $b = 5\text{m}$, $c = 4\text{m}$ und $d = 8.1\text{m}$. Berechne die Längen der (gestrichelt gezeichneten) Balken b_1 und b_2.
Lösung:
Zur Berechnung von b_1 kann einfach der zweite Strahlensatz verwendet werden:

$$\begin{aligned} \frac{b_1}{4} &= \frac{8.1}{9} \\ b_1 &= \frac{4 \cdot 8.1}{9} = 3.6 \end{aligned}$$

Mit dieser Länge kann dann auch, ebenfalls mit dem zweiten Strahlensatz die Länge von b_2 berechnet werden:

$$\begin{aligned} \frac{b_2}{8.1 - 3.6} &= \frac{18+5+4}{8.1} \\ \frac{b_2}{4.5} &= \frac{27}{8.1} \\ b_2 &= \frac{4.5 \cdot 27}{8.1} = 15 \end{aligned}$$

Die Balken sind also 3.6m und 15m lang.

A3. Frau Verbücken fährt mit ihrem Fahrrad zu ihrer 25.5km entfernt wohnenden Freundin normalerweise eineinhalb Stunden. Nach einer Fahrt von 4km stellt sie fest, dass sie bisher genau 15 Minuten unterwegs war. Wird sie die Freundin in gewohnter Zeit erreichen, wenn sie gleich schnell weiter fährt? (Verwende eine Verhältnisgleichung)

Lösung:

Man kann ausrechnen, wie lange sie brauchen wird, wenn sie mit der gleichen Geschwindigkeit weiter fährt:

$$\begin{aligned}\frac{0.25}{4} &= \frac{x}{25.5}\\ \frac{0.25 \cdot 25.5}{4} &= x\\ 1.5938 &\approx x\end{aligned}$$

Sie wird etwas länger unterwegs sein.

A4. **(Wiederholungsaufgabe)** Der Preis einer Jacke wurde um 10% erhöht. Nach ein paar Wochen findet in dem Geschäft eine Rabattaktion statt, bei der alle Preise um 10% gesenkt werden. Nun ist die Jacke um 2.30€ billiger als vor den beiden Preisveränderungen. Was kostet die Jacke?

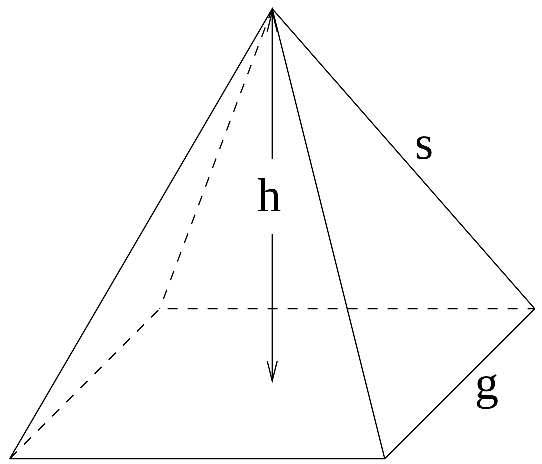
Lösung:

Der ursprüngliche Preis der Jacke sei x:

$$\begin{aligned}x - x \cdot 1.1 \cdot 0.9 &= 2.3\\ x - 0.99x &= 2.3\\ 0.01x &= 2.3\\ x &= 230\end{aligned}$$

Der ursprüngliche Preis der Jacke war 230€ . Da sie nun 2.30€ billiger ist, kostet sie nur noch 227,70€ .

A5. Gegeben ist eine Pyramide mit einer Länge der Grundseiten (g) von 4cm und einer Länge der Seitenkanten (s) von 7cm. Berechne die Höhe (h) der Pyramide.



Lösung:

Um die Höhe der Pyramide zu berechnen muss zweimal der Satz von Pythagoras angewendet werden. Man muss zunächst eine Hilfslinie berechnen, die vom Fuß der Höhe zu einer Ecke der Pyramide führt (x):

$$\begin{aligned}x^2 + x^2 &= 4^2\\ 2x^2 &= 16\\ x^2 &= 8\\ x &= \sqrt{8}\end{aligned}$$

Mit dieser Hilfslinie lässt sich nun die Höhe leicht berechnen:

$$\begin{aligned}x^2 + h^2 &= s^2\\ 8 + h^2 &= 49\\ h^2 &= 41\\ h &= \sqrt{41} \approx 6.4\end{aligned}$$

Die Pyramide ist ca. 6.4m hoch.

A6. Zeige, dass eine Dreieck mit den Seitenlängen: r, $r + 2$, $2\sqrt{r + 1}$ rechtwinklig ist. Welche Seite ist die Hypotenuse?

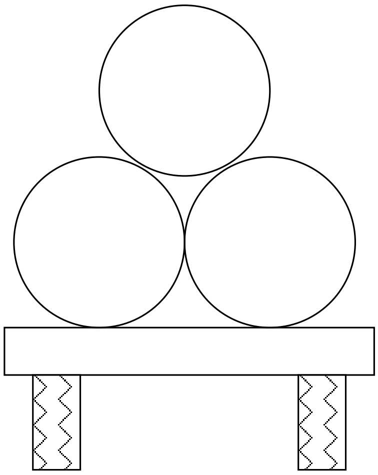
Lösung:

Betrachtet man die Quadrate der Seitenlängen, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} r^2 &= r^2 \\ (r + 2)^2 &= r^2 + 4r + 4 \\ (2\sqrt{r + 1})^2 &= 4r + 4 \end{aligned}$$

Man sieht sofort, dass die Summe des ersten und dritten Quadrats genau das zweite Quadrat ergibt. Somit ist das Dreieck rechtwinklig und $r + 2$ die Hypotenuse.

A7. **(Knobelaufgabe!)** Ein LKW, dessen Ladefläche 1.5m hoch ist hat drei Röhren geladen, die einen Durchmesser von jeweils 1.6m haben. Passt dieser LKW unter einer 4.4m hohen Brücke durch?



Lösung:

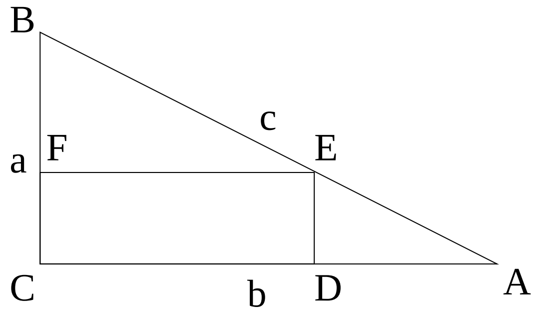
Die Mittelpunkte der drei Röhren bilden ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge von 1.6m. Die Höhe dieses Dreiecks lässt sich berechnen zu:

$$\begin{aligned} 1.6^2 &= 0.8^2 + h^2 \\ 2.56 &= 0.64 + h^2 \\ 1.92 &= h^2 \\ 1.3856 &\approx h \end{aligned}$$

Somit ist die Höhe des LKW's insgesamt: $1.5 + 0.8 + 1.3856 + 0.8 = 4.4856$m. Der LKW passt nicht unter der Brücke durch!

9d 3.Klassenarbeit 16.3.2010

A1. Dem rechtwinkligen Dreieck ABC mit den Seiten a, b und c wird das Rechteck $CDEF$ mit dem Umfang 126cm einbeschrieben. Die Katheten haben die Längen: $a = 35$cm und $b = 84$cm.

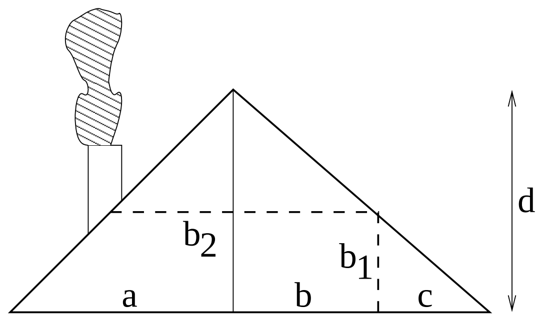


Wie lang sind die Rechteckseiten?
Lösung:
Es handelt sich hierbei um eine einfache Strahlensatzaufgabe.
Die Länge der kürzeren Rechteckseite sei x.
Die längere Rechteckseite ist dann: $63 - x$. Damit gilt:

$$\begin{aligned}
\frac{35}{84} &= \frac{x}{84-(63-x)} \\
\frac{35}{84} &= \frac{x}{21+x} \\
35(21+x) &= 84x \\
735 + 35x &= 84x \\
735 &= 49x \\
15 &= x
\end{aligned}$$

Die kürzere Rechteckseite ist 15cm und die längere 48cm lang.

A2. Bei einem rheinischen Bauernhaus ist der Giebel durch eine Fachwerkkonstruktion gestaltet.



Die gegebenen Längen sind: $a = 16$m, $b = 5$m, $c = 3$m und $d = 7.2$m. Berechne die Längen der (gestrichelt gezeichneten) Balken b_1 und b_2.
Lösung:
Zur Berechnung von b_1 kann einfach der zweite Strahlensatz verwendet werden:

$$\begin{aligned}
\frac{b_1}{3} &= \frac{7.2}{8} \\
b_1 &= \frac{3 \cdot 7.2}{8} = 2.7
\end{aligned}$$

Mit dieser Länge kann dann auch, ebenfalls mit dem zweiten Strahlensatz die Länge von b_2 berechnet werden:

$$\begin{aligned}
\frac{b_2}{7.2-2.7} &= \frac{16+5+3}{7.2} \\
\frac{b_2}{4.5} &= \frac{24}{7.2} \\
b_2 &= \frac{4.5 \cdot 24}{7.2} = 15
\end{aligned}$$

Die Balken sind also 2.7m und 15m lang.

A3. Herr Müller legt 1300€ an und hat nach Ablauf eines Jahres 1345.50€ . Berechne mit einer Verhältnisgleichung zu welchem Zinssatz her Müller sein Geld angelegt hat.

Lösung:

Es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{p}{45.5} &= \frac{100}{1300} \\ p &= \frac{4550}{1300} \\ p &= 3.5 \end{aligned}$$

Er hat sein Geld zu 3.5% angelegt.

A4. **(Wiederholungsaufgabe)** Wenn man den Radius eines Kreises um 10% erhöht, wird seine Fläche um 10cm^2 größer. Berechne den Radius und den Umfang des ursprünglichen Kreises.

Lösung:

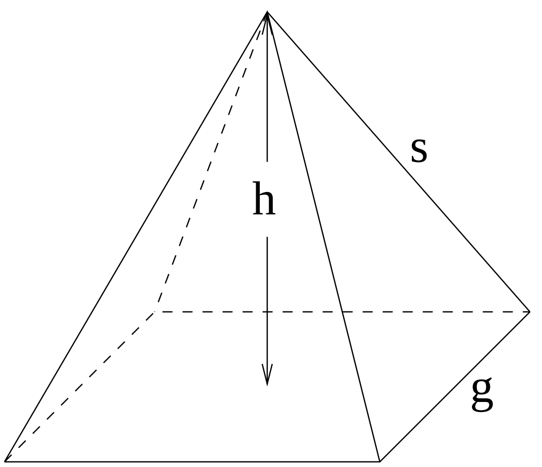
Wenn der Radius des alten Kreises r ist, dann ergobt sich:

$$\begin{aligned} (1.1r)^2\pi - r^2\pi &= 10 \\ 1.21r^2\pi - r^2\pi &= 10 \\ 0.21r^2\pi &= 10 \\ r^2 &= \frac{10}{0.21\pi} \\ r &= \sqrt{\frac{10}{0.21\pi}} \approx 15.1576 \text{ cm} \end{aligned}$$

Der Radius ist also ca. 15.15cm und damit der Umfang:

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot 15.1576 \cdot \pi \\ U &\approx 95.24 \text{ cm} \end{aligned}$$

A5. Gegeben ist eine Pyramide mit einer Länge der Grundseiten (g) von 4cm und einer Höhe (h) von 4cm. Berechne die Länge der Seitenkanten (s)?



Lösung:

Zur Berechnung der Länge der Seitenkanten muss zweimal der Satz von Pythagoras angewendet werden. Dazu muss eine Hilfslinie von einer Ecke der Pyramide zum Fußpunkt der Höhe (x) berechnet werden. Es gilt:

$$\begin{aligned} x^2 + x^2 &= 4^2 \\ 2x^2 &= 16 \\ x^2 &= 8 \\ x &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

Mit dieser Hilfslinie kann nun die Länge der Seitenkante berechnet werden:

$$\begin{aligned} x^2 + h^2 &= s^2 \\ 8 + 16 &= s^2 \\ 24 &= s^2 \\ \sqrt{24} \approx 4.9 &= s \end{aligned}$$

Die Seitenkante ist ca. 4.9cm lang.

A6. Zeige, dass eine Dreieck mit den Seitenlängen: a, $a+4$, $2\sqrt{2a+4}$ rechtwinklig ist. Welche Seite ist die Hypotenuse?

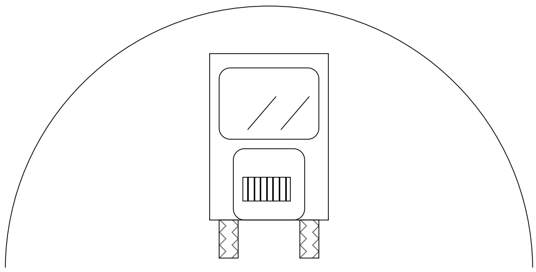
Lösung:

Betrachtet man die Quadrate der Seitenlängen, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} a^2 &= a^2 \\ (a+4)^2 &= a^2 + 8a + 16 \\ (2\sqrt{2a+4})^2 &= 8a + 16 \end{aligned}$$

Man sieht sofort, dass die Summe des ersten und dritten Quadrats genau das zweite Quadrat ergibt. Somit ist das Dreieck rechtwinklig und $a+4$ die Hypotenuse.

A7. **(Knobelaufgabe!)** Ein LKW ist 2.4m breit und 3.9m hoch. Kann dieser LKW durch einen halbkreisförmigen Tunnel fahren, der 8m breit ist?



Lösung:

Interessant ist, ob der Abstand zwischen dem Mittelpunkt des LKW's am Boden und seiner oberen Ecke größer oder kleiner als der Radius des Tunnels ist:

$$\begin{aligned} x^2 &= 1.2^2 + 3.9^2 \\ x^2 &= 1.44 + 15.21 \\ x^2 &= 16.65 \\ x &\approx 4.08 \end{aligned}$$

Da der Radius des Tunnels nur 4m beträgt, passt der LKW gerade nicht durch den Tunnel.