9b 1.Klassenarbeit 7.10.2013

A1. Bestimme von der Parabel zu den folgenden quadratischen Funktionen jeweils ihre Art (normal, gestreckt, gestaucht), die Richtung ihrer Öffnung, den y-Achsen-Abschnitt und ihren Scheitelpunkt.

a)	$f(x) = 2x^2 - 8x + 10$	b)	$f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 5$
c)	$f(x) = (x-1)(x+3)$	d)	$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$

Lösung:

a) Es gilt:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 8x + 10 \\ &= 2[x^2 - 4x + 5] \\ &= 2[x^2 - 4x + 2^2 - 4 + 5] \\ &= 2[(x-2)^2 + 1] \\ &= 2(x-2)^2 + 2 \end{aligned}$$

Somit ist die Parabel **nach oben geöffnet**, **gestreckt**, sie hat den yAA 10 und den Scheitelpunkt $SP(2/2)$.

b) Es ist:

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 5 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9) + 5 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4.5 + 5 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 0.5 \end{aligned}$$

Somit ist die Parabel **nach unten geöffnet**, **gestaucht**, sie hat den yAA 0.5 und den Scheitelpunkt $SP(3/5)$.

c) Es ist:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x+3) \\ &= x^2 + 2x - 3 \\ &= x^2 + 2x + 1^2 - 1^2 - 3 \\ &= (x+1)^2 - 4 \end{aligned}$$

Die Parabel ist eine **nach oben geöffnete Normalparabel**, deren yAA -3 ist und der Scheitelpunkt $SP(-1/-4)$.

d) Es ist:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4 \\ &= \frac{1}{3}[x^2 - 6x + 12] \\ &= \frac{1}{3}[x^2 - 6x + 9 - 9 + 12] \\ &= \frac{1}{3}[(x-3)^2 + 3] \\ &= \frac{1}{3}(x-3)^2 + 1 \end{aligned}$$

Damit ist die Parabel **nach oben geöffnet** und **gestaucht**. Der yAA ist 4 und der Scheitelpunkt $SP(3/1)$.

A2. Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen

a)	$(x+2)^2 = x + 4$	b)	$x(x+6) = -10$
c)	$3x(x+4) = 15$		

Lösung:

a)

$$\begin{aligned}(x+2)^2 &= x+4\\ x^2+4x+4 &= x+4\\ x^2+3x &= 0\\ x(x+3) &= 0\\ x=0 &\vee x+3=0\\ x=0 &\vee x=-3\\ \mathbb{L} &= \{-3;0\}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x(x+6) &= -10\\ x^2+6x+10 &= 0\\ x^2+6x+3^2-3^2+10 &= 0\\ (x+3)^2+1 &= 0\\ \mathbb{L} &= \{\}\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}3x(x+4) &= 15\\ 3x^2+12x &= 15\\ x^2+4x-5 &= 0\\ x^2+4x+2^2-2^2-5 &= 0\\ (x+2)^2-9 &= 0\\ (x+2)^2-3^2 &= 0\\ (x+2+3)(x+2-3) &= 0\\ x+5=0 &\vee x-1=0\\ x=-5 &\vee x=1\\ \mathbb{L} &= \{-5;1\}\end{aligned}$$

A3. Multipliziert man eine Zahl mit der um 2 erhöhten Zahl, dann erhält man $\frac{5}{4}$. Wie heißen die Zahl und die um 2 erhöhte Zahl?
Lösung:
Gesucht ist eine Zahl, die x genannt werden soll.

$$\begin{aligned}x(x+2) &= \frac{5}{4}\\ x^2+2x-\frac{5}{4} &= 0\\ x^2+2x+1^1-1-\frac{5}{4} &= 0\\ (x+1)^2-\frac{9}{4} &= 0\\ (x+1)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2 &= 0\\ (x+\frac{5}{2})(x-\frac{1}{2}) &= 0\\ x=-\frac{5}{2} &\vee x=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Die Zahlen sind $-\frac{5}{2}$ und $-\frac{1}{2}$ oder es sind die Zahlen $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{2}$.

A4. **Knobelaufgabe! Diesmal w i r k l i c h schwer!** Wladislav baut eine Mauer alleine fünf Tage schneller als sein Kollege Willi allein. Wenn sie zusammen arbeiten brauchen sie sechs Tage für die Mauer.
Wie lange braucht Wladislav, wenn er alleine Arbeitet?
Anleitung: Überlege welchen Teil der Arbeit Wladislav an einem Tag braucht, wenn er für die gesamte Arbeit x Tage braucht. Darauf aufbauend kannst du dir überlegen, welchen Teil der Arbeit Willi alleine schafft und welchen Teil sie zusammen schaffen. Aus dieser Überlegung heraus kommst du auf die richtige Gleichung!

Lösung:
Gesucht ist eine Anzahl von Tagen, die x genannt werden soll.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{x}+\frac{1}{x+5} &= \frac{1}{6} \\
6(x+5)+6x &= x(x+5) \\
6x+30+6x &= x^2+5x \\
0 &= x^2-7x-30 \\
0 &= x^2-7x+\left(\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}-30 \\
0 &= (x-\frac{7}{2})^2-\left(\frac{13}{2}\right)^2 \\
0 &= (x+6)(x-10) \\
x = -6 &\vee x = 10
\end{aligned}$$

Offenbar ist die Anzahl von -6 Tagen nicht sinnvoll und daher braucht Wladislav 10 Tage, wenn er alleine Arbeitet.