9c 1.Klassenarbeit 22.10.2014

A1. Gib bei den folgenden Funktionen so viele Informationen wie möglich über den Funktionsgraphen an, die **ohne Berechnung** ermittelt werden können.

a)	$f(x) = 3x^2 - 5x + 7$	b)	$f(x) = -0.98x^2 + 13x - 100$
c)	$f(x) = 2(x-3)^2 + 5$	d)	$f(x) = -(x-2)(x-4)$

Lösung:

a) Nach oben geöffnet, gestreckt, yAA=7

b) Nach unten geöffnet, gestaucht, yAA=-100

c) Nach oben geöffnet, gestreckt, Scheitelpunkt (3/5)

d) Nach unten geöffnet, Normalparabel

A2. Bestimme bei der Funktion

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 16$$

die Koordinaten des Scheitelpunktes.

Lösung:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2[x^2 - 6x + 8] \\ &= 2[x^2 - 6x + 9 - 9 + 8] \\ &= 2[(x-3)^2 - 1] \\ &= 2(x-3)^2 - 2 \\ &\Rightarrow SP(3/-2) \end{aligned}$$

A3. Bestimme nach dem allgemeinen Lösungsverfahren die Lösungen der folgenden Gleichungen:

a)	$0 = x^2 - 8x + 7$	b)	$15x = 3x^2$
c)	$2x = 4x^2 + 10$	d)	$2(x-2)(x-5) = 0$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 8x + 7 \\ &= x^2 - 8x + 16 - 16 + 7 \\ &= (x-4)^2 - 9 \\ &= (x-4)^2 - 3^2 \\ &= (x-4+3)(x-4-3) \\ &= (x-1)(x-7) \\ x - 1 = 0 &\vee x - 7 = 0 \\ x = 1 &\vee x = 7 \\ \mathbb{L} &= \{1; 7\} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 15x &= 3x^2 \\ 0 &= 3x^2 - 15x \\ &= x^2 - 5x \\ &= x(x-5) \\ x = 0 &\vee x - 5 = 0 \\ x = 0 &\vee x = 5 \\ \mathbb{L} &= \{0; 5\} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
2x &= 4x^2 + 10 \\
0 &= 4x^2 - 2x + 10 \\
&= x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \\
&= x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} + \frac{5}{2} \\
&= (x - \frac{1}{4})^2 + \frac{39}{16} \\
\mathbb{L} &= \{\}
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
0 &= 2(x-2)(2-5) \\
x-2 = 0 \lor x-5 &= 0 \\
x = 2 \lor x &= 5 \\
\mathbb{L} &= \{2; 5\}
\end{aligned}$$

A4. Bestimme die Lösungen der folgenden Gleichungen

$$\text{a)} \qquad 15 = (x-2)(x-3) \qquad \text{b)} \qquad \frac{1}{x} = x + 3$$

Lösung:
a)

$$\begin{aligned}
15 &= (x-2)(x-3) \\
15 &= x^2 - 5x + 6 \\
0 &= x^2 - 5x - 9 \\
\mathbb{L} &= \{\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{61}{4}}\} \approx \{-1.41; 6.41\}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
\frac{1}{x} &= x + 3 \\
0 &= x^2 + 3x - 1 \\
\mathbb{L} &= \{-\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{13}{4}}\} \approx \{-3.3; 0.3\}
\end{aligned}$$

A5. Multipliziert man zwei Zahlen, von denen eine um 3 größer ist als die andere, dann ergibt sich 438.75. Um welche Zahlen handelt es sich?
Lösung:
Gesucht sind zwei Zahlen. Die kleinere soll x genannt werden:

$$\begin{aligned}
x(x+3) &= 438.75 \\
x^2 + 3x - 438.75 &= 0 \\
x = -22.5 \lor x &= 19.5
\end{aligned}$$

Die beiden Zahlen sind entweder -22.5 und -19.5 oder 19.5 und 22.5

9e 1.Klassenarbeit 24.10.2014

A1. Gib bei den folgenden Funktionen so viele Informationen wie möglich über den Funktionsgraphen an, die **ohne Berechnung** ermittelt werden können.

a)	$f(x) = -3x^2 + 6x - 12$	b)	$f(x) = -\frac{13}{14}x^2 - \frac{3}{14}x + \frac{25}{14}$
c)	$f(x) = 3(x-2)^2 + 5$	d)	$f(x) = (x+3)(x+15)$

Lösung:

a) Nach oben geöffnet, gestreckt, yAA=-12
b) Nach unten geöffnet, gestaucht, yAA= $\frac{25}{14}$
c) Nach oben geöffnet, gestreckt, SP(2/5)
d) Nach oben geöffnete Normalparabel

A2. Bestimme bei der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 5$$

die Koordinaten des Scheitelpunktes.
Lösung:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2}x^2 - 3x - 5 \\ &= \frac{1}{2}[x^2 - 6x - 10] \\ &= \frac{1}{2}[x^2 - 6x + 3^2 - 2^2 - 10] \\ &= \frac{1}{2}[(x-3)^2 - 19] \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - 9.5 \\ &\Rightarrow \quad SP(3/-9.5) \end{aligned}$$

A3. Bestimme nach dem allgemeinen Lösungsverfahren die Lösungen der folgenden Gleichungen:

a)	$0 = x^2 + 6x - 7$	b)	$121x = 11x^2$
c)	$3(x-1)(x-5) = 0$	d)	$8x = 2x^2 + 10$

Lösung:
a)

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + 6x - 7 \\ &= x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 - 7 \\ &= (x+3)^2 - 16 \\ &= (x+3)^2 - 4^2 \\ &= (x+3+4)(x+3-4) \\ &= (x+7)(x-1) \\ x+7 = 0 &\vee x-1 = 0 \\ x = -7 &\vee x = 1 \\ \mathbb{L} &= \{-7; 1\} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 121x &= 11x^2 \\ 0 &= 11x^2 - 121x \\ &= x^2 - 11x \\ &= x(x-11) \\ x = 0 &\vee x - 11 = 0 \\ x = 0 &\vee x = 11 \\ \mathbb{L} &= \{0; 11\} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 3(x-1)(x-5) &= 0 \\ x-1=0 &\vee x-5=0 \\ x=1 &\vee x=5 \\ \mathbb{L} &= \{1;5\} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} 8x &= 2x^2+10 \\ 0 &= 2x^2-8x+10 \\ &= x^2-4x+5 \\ &= x^2-4x+4-4+5 \\ &= (x-2)^2+1 \\ \mathbb{L} &= \{\} \end{aligned}$$

A4. Bestimme die Lösungen der folgenden Gleichungen:

$$\text{a)} \qquad 12=(x-3)^2-3x \qquad \text{b)} \qquad (x-3)=\frac{1}{x-5}$$

Lösung:
a)

$$\begin{aligned} 12 &= (x-3)^2-3x \\ 12 &= x^2-6x+9-3x \\ 0 &= x^2-9x-3 \\ \mathbb{L} &= \{\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{93}{4}}\} \approx \{-0.32; 9.32\} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} (x-3) &= \frac{1}{x-5} \\ (x-3)(x-5) &= 1 \\ x^2-8x+15 &= 1 \\ x^2-8x+14 &= 0 \\ \mathbb{L} &= \{4 \pm \sqrt{2}\} \approx \{2.59; 5.41\} \end{aligned}$$

A5. Das Produkt zweier aufeinander folgender Zahlen ist um 271 größer als ihre Summe. Um welche Zahlen handelt es sich?
Lösung:
Gesucht sind zwei Zahlen, von denen eine x ist und die andere $x+1$.

$$\begin{aligned} x(x+1)-271 &= x+x+1 \\ x^2+x-271 &= 2x+1 \\ x^2-x-272 &= 0 \\ x=17 &\vee x=-16 \end{aligned}$$

Die Zahlen sind 17 und 18 oder -16 und -15.