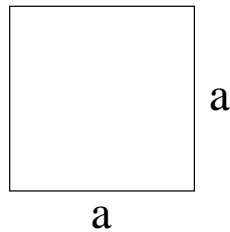


Flächenberechnung bei ebenen Figuren

Einfache Flächen

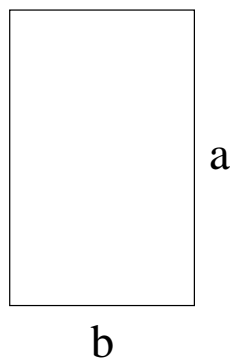
Die einfachste Fläche ist ein **Quadrat**. Es handelt sich dabei um ein Viereck, dessen vier Seiten gleich lang sind und dessen Innenwinkel alle 90° betragen.



Die Fläche eines Quadrats berechnet sich einfach zu:

$$A = a^2$$

Etwas schwieriger wird es bei einem **Rechteck**. Auch hier sind die Innenwinkel alle 90° , aber es gibt zwei verschiedene Seitenlängen, wobei einander gegenüber liegende Seiten wiederum gleich lang sind.

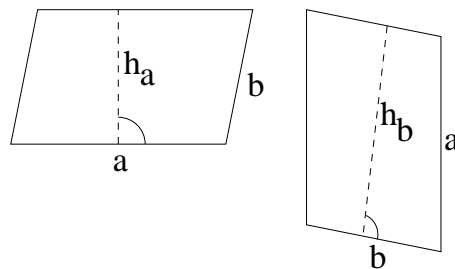


Die Fläche eines Rechtecks berechnet sich einfach zu:

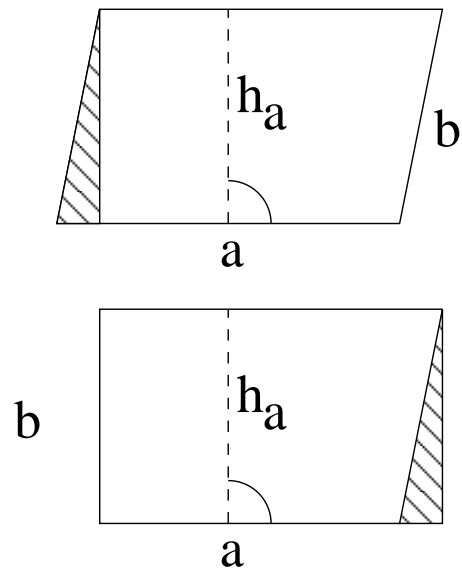
$$A = a \cdot b$$

Parallelogramm und Dreieck

Ein Parallelogramm ist ein Viereck, bei dem jeweils gegenüber liegende Seiten parallel sind. Zu jeder Seite eines Parallelogramms gehört eine zugehörige Höhe.



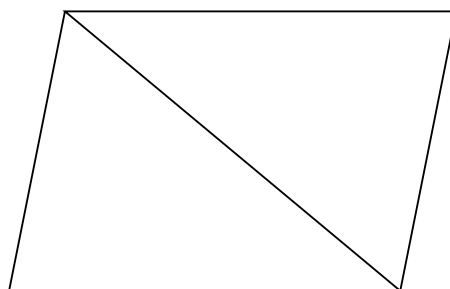
Ein Parallelogramm lässt sich leicht in zwei Teile zerlegen, die sich dann zu einem Rechteck zusammenlegen lassen.



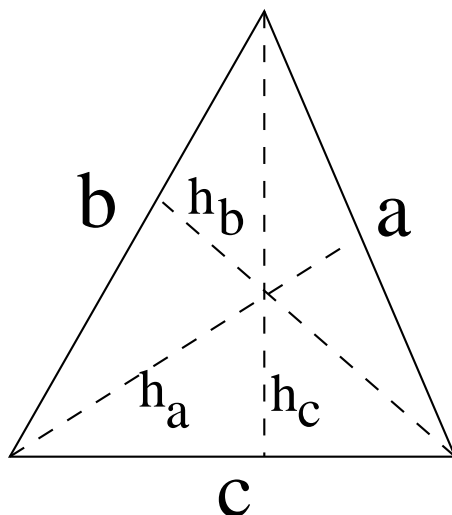
Daraus ergibt sich sofort, dass der Flächeninhalt eines Parallelogramms sich berechnen lässt als:

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

Man kann zwei kongruente Dreiecke immer zu einem Parallelogramm zusammenlegen:



Da andererseits jedes Dreieck drei Höhen hat:



Gilt für die Fläche eines Dreiecks:

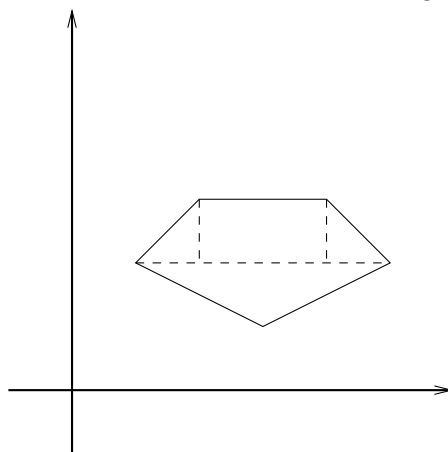
$$A = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c$$

Aufgaben

- A1. Ein Dreieck mit dem Flächeninhalt von 6cm^2 hat die Seitenlängen $a = 3\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$ und $c = 5\text{cm}$. Berechne die drei Höhen des Dreiecks und gib an, was sich aus diesen Berechnungen für die Form des Dreiecks ergibt.
- A2. Gegeben ist ein Fünfeck durch die Eckpunkte $A(1/2)$, $B(3/1)$, $C(5/2)$, $D(4/3)$ und $E(2/3)$. Berechne seine Fläche durch eine geeignete Zerlegung.
- A3. Ein Dreieck mit der Seite $a = 8\text{cm}$ ist einem Quadrat vom Umfang 44cm flächengleich. Berechne die Dreieckshöhe h_a .
- A4. Länge plus Breite eines Rechtecks ergeben zusammen 21cm . Wenn man eine Seite um 5cm vergrößert und gleichzeitig die andere Seite um 3cm verkleinert, wächst der Flächeninhalt um 26cm^2 . Wie lang waren die ursprünglichen Seiten?

Lösungen

- A1. $h_a = 4\text{cm}$, $h_b = 3\text{cm}$ und $h_c = 2,4\text{cm}$. Es muss sich um ein rechtwinkliges Dreieck handeln.



A2.

$$A = 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5\text{cm}^2$$

A3. Da das Quadrat einen Umfang von 44cm hat, ist seine Seitenlänge 11cm und damit seine Fläche 121cm².
Daher gilt:

$$\begin{aligned}h_a &= \frac{2 \cdot A}{a} \\ &= \frac{2 \cdot 121}{8} \\ &= 30,25\end{aligned}$$

A4.

$$\begin{aligned}a \cdot (21 - a) + 26 &= (a + 5)(21 - a - 3) \\ 21a - a^2 + 26 &= (a + 5)(18 - a) \\ 21a - a^2 + 26 &= 18a - a^2 + 90 - 5a \\ 21a - a^2 + 26 &= 13a - a^2 + 90 \\ 8a &= 64 \\ a &= 8\end{aligned}$$

Die ursprünglichen Seitenlängen waren 8 und 13cm.