

Regel von Bayes

Übungsaufgaben

Die Regel von Bayes kommt bei sogenannten *bedingten* Wahrscheinlichkeiten zur Anwendung. Im schulischen Normalfall braucht sie nicht angewendet werden, da die Aufgaben i.d.R. auch mit einem Baumdiagramm gelöst werden können.

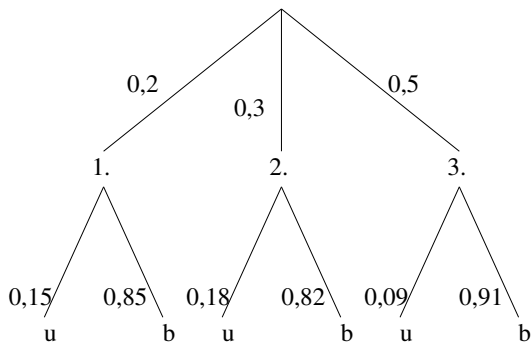
Beispiel:

Ein Autohersteller läßt bei einem neuen Wagentyp Scheibenwischer von drei verschiedenen Zulieferfirmen bauen. Vom 1. Zulieferer stammen 20%, vom zweiten 30%; vom dritten 50%. Bei den Inspektionen nach 6 Monaten wird festgestellt, daß 15% der Scheibenwischer vom ersten Zulieferer, 18% der zweiten und 9% der dritten Firma unbrauchbar geworden sind.

- Stelle die Daten in einem Baumdiagramm zusammen. Berechne auch die Pfadwahrscheinlichkeiten.
- Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein zufällig ausgewählter Scheibenwischer unbrauchbar ist.
- Stelle in einer Mehrfeldertafel die in a) und b) berechneten Anteile zusammen.
- Berechne die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein zufällig ausgewählter Scheibenwischer, der sich als unbrauchbar erwiesen hat, von der 1. Firma stammt.

Lösung:

a)



Die Pfadwahrscheinlichkeiten sind:

Von Fa. 1. unbrauchbar	$0,2 \cdot 0,15 = 0,030$
Von Fa. 1. brauchbar	$0,2 \cdot 0,85 = 0,170$
Von Fa. 2. unbrauchbar	$0,3 \cdot 0,18 = 0,054$
Von Fa. 2. brauchbar	$0,3 \cdot 0,82 = 0,246$
Von Fa. 3. unbrauchbar	$0,5 \cdot 0,09 = 0,045$
Von Fa. 3. brauchbar	$0,5 \cdot 0,91 = 0,455$

- b) Hierzu müssen nur die Wahrscheinlichkeiten addiert werden, die auftreten, wenn ein Scheibenwischer unbrauchbar ist, also:

$$0,030 + 0,054 + 0,045 = 0,129$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 12,9% ist ein zufällig ausgewählter Scheibenwischer unbrauchbar.

c)

	1.	2.	3.	Summe
brauchbar	0,170	0,246	0,455	0,871
unbrauchbar	0,030	0,054	0,045	0,129
Summe	0,200	0,300	0,500	1,000

- d) Hierzu muß nur die Wahrscheinlichkeit, daß ein Scheibenwischer der Firma 1 unbrauchbar ist, durch die Summe der Wahrscheinlichkeiten dividieren, daß ein Scheibenwischer überhaupt unbrauchbar ist, also

$$\frac{0,030}{0,129} = 0,2326$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 23% stammt ein unbrauchbarer Scheibenwischer von der 1. Firma.

Weitere Beispielaufgaben

Lösungen nur zur Kontrolle

1. 37,9% der 1,366 Millionen Hochschulabsolventen im Jahre 1987 waren Frauen. Von diesen studierten 32,7% Sprach- und Kulturwissenschaften. Bei den männlichen Studenten war der Anteil nur 12,6%. Wie setzt sich die Studentenschaft in diesem Fachbereich zusammen?

Lösung: Es sind ca. 61% Frauen und 39% Männer.

2. In einem Museum wird eine Sonderausstellung zu 38% von Einheimischen und zu 62% von Auswärtigen besucht. Von den Einheimischen sind 55% von den Auswärtigen 48% Frauen.
 - a) Wie groß ist der Anteil der weiblichen Besucher?
 - b) Der 10000 Besucher der Ausstellung soll einen Buchpreis bekommen. Falls es ein Frau ist: Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt sie von außerhalb?
 - c) Falls der 20000. Besucher ein Mann ist: Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er ein Einheimischer?

Lösung:

- a) Der Anteil der weiblichen Besucher beträgt 51%
 - b) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 59%
 - c) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 35%
3. Drei Lokalzeitungen A, B und C haben Marktanteile von 45%, 37% und 18%. Bei der Zeitung A erfolgt 10% des Verkaufs an Abonnenten, bei Zeitung B ist dies 60% und bei Zeitung C 75%.
 - a) Bestimme den Anteil der Abonnenten bei den Zeitungslesern.
 - b) An einem Kiosk wird gerade eine Zeitung verkauft. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dies Zeitung B?

Lösung:

- a) 40% der Zeitungsleser sind Abonnenten.
 - b) Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 68%
4. Die Schüler einer Klasse mußten als Hausaufgaben Vokabeln lernen. Der Lehrer will schnell überprüfen, ob die Hausaufgaben gründlich genug gemacht wurden. Er wählt einige Vokabeln aus und läßt die Schüler deren Bedeutung aufschreiben. In 90% der Fälle schneidet ein Schüler bei dieser Überprüfung schlecht ab, wenn er die Hausaufgaben nicht gründlich gemacht hat. Andererseits kommt es in 10% der Fälle vor, daß das Testergebnis schlecht ist, obwohl der Schüler eigentlich seine Hausaufgaben gründlich gemacht hat. Angenommen, 75% der Schüler haben die Hausaufgaben gründlich gemacht.
 - a) Der Lehrer greift sich einen beliebigen Zettel heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Testergebnis schlecht?
 - b) Ein zufällig ausgeählter Zettel wird mit einer schlechten Note versehen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sich der Schüler schlecht vorbereitet?
 - c) Ein zufällig ausgewählter Zettel ist nicht schlecht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat der Schüler tatsächlich gründlich gelernt?

Lösung:

- a) Mit 30%.
- b) Mit 23%.
- c) Mit 68%.